

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Análise de Desempenho Computacional do Método de Sobre Relaxação Sucessiva (SRS)

Sarah Sunamyta da Silva Gouveia¹Andrielle Barros Barbosa²Nayara Trindade de Oliveira³Matheus da Silva Menezes⁴Ivan Mezzomo⁵

Departamento de Ciências Exatas, Tecnológicas e Humanas, Ufersa, Campus Angicos, RN

Os sistemas de equações lineares estão associados a muitos problemas no campo da engenharia e da ciência, bem como com aplicações da matemática e aos estudos quantitativos nos problemas de administração e economia [1]. Existe hoje um grande número de métodos numéricos, que possuem a finalidade de resolver problemas que envolvam sistemas de equações lineares. Por isso surge a necessidade de encontrarmos um método numérico que melhor se adapte ao problema que queremos resolver.

Segundo [3], o método de Sobre Relaxação Sucessiva é iterativo estacionário e derivado do método de Gauss-Seidel. Conforme [1], o método de SRS consiste em multiplicarmos o sistema por um parâmetro ômega (ω) que pode acelerar a convergência para a solução do sistema linear. A equação de iteração do método é dada por:

$$x_i^{(k)} = \frac{\omega}{a_{ii}} \left[b_i - \sum_{j<i} a_{ij}x_j^{(k)} - \sum_{j>i} a_{ij}x_j^{(k-1)} \right] + (1 - \omega)x_i^{(k-1)}. \quad (1)$$

De acordo com [2], o método de SRS é controlado pelo fator ômega, sendo atribuído valor para ômega no intervalo $]0, 2[$. Quando o valor de ômega for maior que zero e menor que um, o método é classificado como Sub Relaxação; se o valor de ômega for um, o método é determinado de Gauss-Seidel; e se o valor de ômega for maior que um e menor que dois, o método é denominado de Sobre Relaxação. Neste trabalho, testamos o valor de ômega igual a dois apenas para confirmar a hipótese que, para este valor, os problemas não irão convergir.

Foi utilizado um algoritmo que executasse os dois métodos iterativos, objetivando avaliar comparativamente o funcionamento do método SRS ao método de Gauss-Seidel. Os

¹sssgouveia@gmail.com²andriellebarbosa02@hotmail.com³nayara_trindade@live.com⁴matheus@ufersa.edu.br⁵imezzomo@ufersa.edu.br

resultados foram obtidos através da utilização do software SCILAB. Foram selecionadas cinco matrizes quadradas do tipo real, simétrica, denifinida positiva, esparsas e não diagonalmente dominante, exceto SHERMAN4 que é real, simétrica, diagonalmente dominante e esparsa, obtidas através dos repositórios Matrix Market, com ordem indicada na tabela.

Os valores de ω adotados no método de Sobre relaxação foram os seguintes valores: 1,2; 1,4; 1,6; 1,8 e 2,0. Para realização dos testes foi utilizado 3000 como o número máximo de iterações com uma precisão de 10^{-4} . O critério de análise será o número de iterações para cada valor de ω , usando assim o melhor valor de ω para resolução do problema para posterior comparação. Os resultados obtidos com os testes foram:

Tabela 1: Resultado dos experimentos obtidos para os valores de ω .

	ω	BCSSTK01 n=48	NOS4 n=100	494 BUS n=494	GR 30 30 n=900	SHERMAN4 n=1104
Gauss Seidel	1,0	1126	927	2389	335	1058
SRS	1,2	836	683	Não Conv	240	778
	1,4	597	484	Não Conv	166	551
	1,6	389	312	Não Conv	103	355
	1,8	195	149	Não Conv	42	175
	2,0	Não Conv	Não Conv	Não Conv	Não Conv	Não Conv

Com a análise dos resultados obtidos, temos que dos cinco problemas observados apenas o 494 BUS não obteve convergência no método SRS para os valores de ω pré determinados. Nos outros problemas, o número de iterações para o método SRS atingiu o menor número de iterações em relação ao Gauss-Seidel em todos os valores de ω . Por outro lado, apesar do método de Gauss-Seidel ter necessitado mais iterações que o método SRS, obteve convergência em todos os problemas, inclusive no 494 BUS.

Nos problemas em que o método SRS obteve um melhor desempenho, o número de iterações é consideravelmente inferior ao método de Gauss-Seidel, chegando a utilizar, em alguns casos, apenas 12,54% do número de iterações do método de Gauss-Seidel.

Em relação ao fator de correção, nos quatro problemas em que o método SRS obteve convergência podemos notar que a medida que o fator de ω aumentava o número de iterações diminuía consideravelmente. Tanto é, que em todos os problemas o melhor fator ω foi 1,8. Porém como era de se esperar, quando o fator de ω foi igual a dois, o método não obteve convergência. Nos problemas que obteve convergência, os resultados obtidos pelo método SRS foram mais satisfatórios em relação ao método de Gauss-Seidel para todos os fatores de ω tendo como parâmetro o número de iterações.

Referências

- [1] R. L. Burden, D. Faires. *Análise Numérica*. Cengage, São Paulo, 2008.
- [2] F. F. Campos Filho. *Algoritmos Numéricos*. LTC, Rio de Janeiro, 2010.
- [3] D. E. Sperandio, J. T. Mendes, L. H. Moken e Silva. *Cálculo Numérico- Características Matemáticas e Computacionais dos Métodos Numéricos*. Pearson, São Paulo, 2003.