

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

O Modelo Presa-Predador por Derivadas Deformadas

José Weberszpil¹, Claudia Mazza Dias², Ronaldo Malheiros Gregório³

Prog. Pós-graduação em Modelagem Matemática e Computacional, UFRRJ, Nova Iguaçu, RJ
Edilson Fernandes de Arruda⁴

Prog. Engenharia de Produção, UFRJ, Rio de Janeiro, RJ

Resumo Atualmente problemas envolvendo equações diferenciais encontram aplicações em muitos campos como em biologia e meio ambiente. Tal abordagem é tipicamente multidisciplinar, envolvendo sistemas de controle, modelagem numérica e computacional, etc. Este artigo aborda as equações de Lotka - Volterra por diferenciais deformadas.

Palavras-chave. Lotka-Volterra, Derivadas Deformadas, Derivadas de Hausdorff, q-Derivada

1 Introdução

O modelo de Lotka-Volterra é conhecido por descrever a relação entre os indivíduos de duas espécies diferentes e é composto por um par de equações diferenciais ordinárias que descrevem a dinâmica predador-presa, considerando as espécies que interagem e convivem na mesma região [1]. Para adicionar complexidade a este modelo, propomos uma formulação com derivadas deformadas que resulta em um sistema aberto com uma dinâmica bastante complexa, que leva em conta, por exemplo, um ambiente não homogêneo.

2 Metodologia

Considerando-se a formulação clássica para o modelo predador-presa, o trabalho faz uso de duas abordagens. A primeira utiliza a Derivada de Hausdorff [2, 3], baseada em operadores diferenciais fracionais locais. A segunda abordagem é feita pela chamada q-derivada em um contexto não extensivo [4, 5], que se configura uma álgebra deformada e leva em conta que a q -exponencial é uma auto função de $D_{(q)}$ [5]. Recentemente mostrou-se que [6, 7] a q -derivada deformada é a expansão de primeira ordem da derivada de Hausdorff e que existe uma ligação forte entre estes formalismos por meio de uma métrica fractal. Considerando o modelo Presa-Predador deformado com as duas abordagens estudadas realizou-se algumas simulações numéricas variando-se os parâmetros de ordem das derivadas e comparando os resultados de cada abordagem. Um exemplo destes testes pode ser visto na Figura 1.

¹josewebe@ufrj.br, josewebe@gmail.com

²mazzaclaudia@gmail.com

³rgregor@ufrj.br

⁴efarruda@po.coppe.ufrj.br

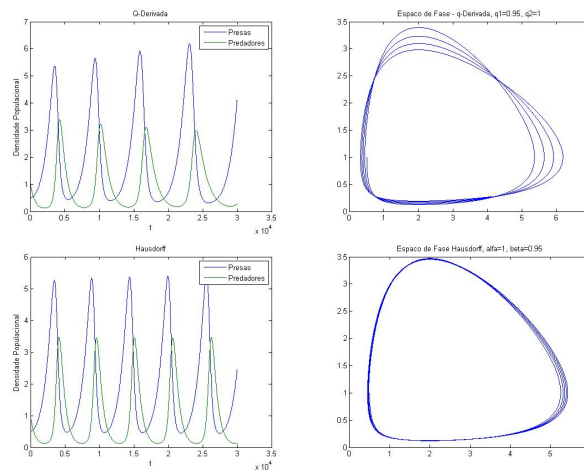


Figura 1: Resultados Presa-Predador por derivadas deformadas.

3 Conclusões

As soluções reproduzem resultados amplamente discutidos na literatura. Dependendo dos parâmetros de ordem das derivadas, ocorre uma ênfase ao crescimento ou diminuição de predadores/presas, correspondentemente. Também ocorre a mudança de frequência dos máximos das populações. Isso reflete a complexidade não explicitada de possíveis interações inter e intra espécies e o meio ambiente. O modelo permite então dar indicativos de que derivadas de ordem inteira podem não levar em conta alguma interação ou mesmo considerar algo ausente. A causa dos comportamentos observados pode ser melhor conjecturada a partir da inclusão, no modelo com derivadas de ordem inteira, de termos de interações adicionais. Nesse sentido, o modelo aqui proposto tem aplicabilidade no ajuste dos dados experimentais e traz como novidade a quebra de paradigma, uma vez que afirmamos que as deformações das derivadas são a chave para modelar sistemas complexos, particularmente em ciências biológicas.

Referências

- [1] S. Das, P. K. Gupta, *Journal of Theoretical Biology* 277, 1–6, 2011.
- [2] A. S. Balankin, B. Espinoza, *Phys. Rev. E* 85, 025302(R), 2012.
- [3] A. S. Balankin, B. E. Elizarraraz, *Phys. Rev. E* 85, 056314, 2012.
- [4] C. Tsallis, *J. Stat. Phys.* 52, 479, 1988.
- [5] E. P. Borges, *Physica A*, 34095-101, 2004.
- [6] J. Weberszpil, M. J. Lazo, J. A. Helayel-Neto. *Physica A* 436, 399-404, 2015.
- [7] J. Weberszpil, J. A. Helayel-Neto. *Physica A*. DOI:10.1016/j.physa.2015.12.145.