Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 5, N. 1, 2017.

Trabalho apresentado no CNMAC, Gramado - RS, 2016.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Aspectos numéricos da modelagem de fluxos contínuos em meios porosos 1D: Resultados preliminares

César G. Almeida[1] Alessandro A. Santana[2] e Santos A. Enriquez-Remigio[3]
Núcleo de Matemática Aplicada, FAMAT–UFU, Uberlândia, MG

1 Introdução

Neste trabalho, apresentamos resultados preliminares do uso das técnicas matemáticas e numéricas apresentadas em [2] para o sistema de equações que governam o modelo de escoamento miscível incompressível da mistura de óleo e solvente, com concentração c, em um meio livre de efeitos gravitacionais. O sistema de equações governantes, no caso unidimensional, é dado por:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = q, \qquad u = \frac{-\mathcal{K}}{\mu(c)} p_x, \tag{1}$$

$$\varphi \frac{\partial c}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\left\{[\varphi\, d_m + |u|\, d_\ell]\, c_x - u\, c\right\} = \widetilde{c}\, q, \tag{2}$$

onde u é a velocidade de Darcy; $\mathcal{K} = \mathcal{K}(x)$ é a permeabilidade absoluta da rocha com $x \in \Omega = [x_{min}, x_{max}]$; $\mu = \mu(c)$ é a viscosidade do fluido, que depende da concentração do solvente, $c = c(x,t)$, $t \in J = [0,T]$, $T > 0$; $c_x = \frac{\partial c}{\partial x}$; $p = p(x)$ é a pressão da mistura e $p_x = \frac{\partial p}{\partial x}$; a porosidade do meio é φ, que será considerada constante e positiva; $q = q(x,t)$ é um termo de fonte, ou sumidouro, representando uma razão volumétrica de fluxo nos poços de injeção e produção; $\widetilde{c}$ é a concentração especificada no poço de injeção ou residente no poço de produção; $d_\ell > 0$ é o coeficiente de dispersão longitudinal e $d_m > 0$ é o coeficiente de difusão molecular. Seja $D(u) = \varphi\, d_m + |u|\, d_\ell$ o termo de difusão-dispersão. As condições de fronteira são dadas por:

$$u(x_{min}) = 0 \quad \text{e} \quad p(x_{max}) = 0; \tag{3}$$

$$(-D(u)c_x)(x_{min}) = (-D(u)c_x)(x_{max}) = 0. \tag{4}$$

A condição inicial é dada por $c(x,0) = c_0(x)$, $\forall x \in \Omega$. O domínio será particionado em n subdomínios como se segue: $\Omega = \bigcup_{i=1}^{n} \Omega_i$; $\overline{\Omega_i} = [x_{i-1}, x_i] = E_i$ e $h_i = x_i - x_{i-1}$.

[1]cesargui@ufu.br
[2]alessandro@famat.ufu.br
[3]santos@famat.ufu.br

A metodologia desenvolvida em [2] foi aplicada ao caso unidimensional (mas pode ser estendida para o caso envolvendo dimensões maiores do que 1). Nessa metodologia, a técnica de aproximação através do método dos elementos finitos mistos e híbridos (MEFMH), que é bastante empregada para a obtenção da velocidade de Darcy (equação elíptica), foi utilizada, também, na equação de convecção-difusão.

A contribuição da metodologia [2] está relacionada à aproximação da solução da equação de evolução no tempo, equação de convecção-difusão. Primeiramente, utilizou-se uma técnica de decomposição de operador, em dois estágios, para separar os cálculos referentes à equação elíptica dos cálculos referentes à equação de convecção-difusão. Em seguida, a equação de convecção-difusão é aproximada através de adaptações realizadas em métodos clássicos de resolução de problemas de valor inicial de equações diferenciais ordinárias (EDO). Dessa forma, são evitadas as restrições no tamanho do passo de tempo, como ocorre no método de Crank-Nicolson. Além disso, são evitadas, principalmente se a dimensão considerada for maior do que 1, as dificuldades computacionais dos métodos Eulerianos-Lagrangeanos (veja, por exemplo, [1, 3]), relacionadas ao cálculo de integrais no domínio espaço-tempo.

2 Resultados preliminares

Construiu-se uma solução manufaturada para a equação de convecção-difusão, Eq. (2), onde a velocidade de Darcy u é constante. Verificou-se, numericamente, que a solução aproximada de acordo com a metodologia proposta em [2] converge para a solução analítica. A próxima etapa do trabalho consiste na validação dessa metodologia quando aplicada na resolução das equações acopladas (1)-(2).

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPEMIG e ao CNPq pelo auxílio financeiro para a participação no evento.

Referências

[1] C. G. Almeida, J. Douglas Jr. e F. Pereira, A new characteristics-based numerical method for miscible displacement in heterogeneous formations, *Computational and Applied Mathematics*, vol. 21, fascículo 2, 573-605, 2002.

[2] C. G. Almeida, A. A. Santana, S. A. Enriquez-Remigio, Aspectos teóricos da modelagem de fluxos contínuos em meios porosos 1D, submetido ao XXXVI Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, Rio Grande do Sul, Gramado, 2016.

[3] J. Douglas Jr., F. Furtado e F. Pereira, On the numerical simulation of waterflooding of heterogeneous petroleum reservoirs, *Computational Geosciences*, vol. 2, n. 1, 155-190, 1997.

