

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## Uso de valores de Ritz para estimativa do número de condição de uma matriz: aplicações no método de pontos interiores

Petra M. Bartmeyer<sup>1</sup>

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica - DMA - Unicamp, Campinas-SP

Silvana Bocanegra<sup>2</sup>

Departamento de Estatística e Informática - UFRPE, Recife-PE

Aurelio R. L. Oliveira<sup>3</sup>

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica - DMA - Unicamp, Campinas-SP

### 1 Introdução

Um problema de programação linear (PPL) de grande porte, em geral, é resolvido utilizando métodos de pontos interiores (MPI). O principal custo computacional em MPIs envolve a determinação das direções de busca. A cada iteração um sistema linear esparso, mal condicionado e indefinido é resolvido para determinar essas direções. Precondicionadores específicos foram desenvolvidos para melhorar o condicionamento da matriz de cada sistema linear. Podemos destacar o precondicionador derivado da Fatoração Controlada de Cholesky (FCC), que tem seu melhor desempenho quando a matriz do sistema está melhor condicionada, e o precondicionador Separador, que utiliza a fatoração LU e apresenta melhores resultados para matrizes mal condicionadas. Abordagens híbridas com a combinação desses precondicionadores têm apresentado resultados promissores [2]. Assume-se a existência de fases durante as iterações de pontos inteiros e em cada fase é usado um tipo de precondicionador. A escolha do momento da troca de precondicionador é essencial para o sucesso dessas abordagens híbridas e, se bem feita, traz ganho no tempo computacional e/ou no número de iterações. Algumas heurísticas tem sido propostas para determinar a troca de fases em MPIs que usam precondicionadores híbridos [1, 2].

Para o cálculo do número de condição, na norma-2, usa-se o maior e o menor autovalores da matriz. No entanto, o cálculo dos autovalores é um procedimento caro e portanto inviável quando se deseja melhorar o custo computacional. Como alternativa vamos utilizar os valores de Ritz, que são aproximações dos autovalores e podem ser obtidos a partir das projeções em subespaços de Krylov [3]. Neste trabalho estamos propondo calcular estimativas do número de condição da matriz para o desenvolvimento de uma heurística de troca de fases.

---

<sup>1</sup>pe\_bartmeyer@yahoo.com.br

<sup>2</sup>silvana.bocanegra@gmail.com

<sup>3</sup>aurelio@ime.unicamp.br

## 2 Método

O MPI utilizado nesse trabalho é o Preditor-Corretor. Usamos o método dos Gradientes Conjugados Precondicionados (GCP) aplicados as equações normais que se mostrou eficiente e, ainda, mantém a esparsidade da matriz. As primeiras iterações do GCP são resolvidas com o auxílio do preconditionador baseado na FCC e, então, ocorre a troca e o sistema passa a usar o preconditionador Separador. Determinamos o momento da troca baseado no número de condição da matriz na norma-2 estimados através dos valores de Ritz.

O problema é resolvido pelo *software* PCx, onde a rotina *dsderf*, oriunda do LAPACK, fornece os valores de Ritz da matriz preconditionada. Esses valores foram comparados com os autovalores encontrados usando a rotina *eig* do *software* Matlab a fim de analisar a qualidade da aproximação. Devido ao uso do *software* Matlab somente instâncias pequenas foram testadas. Uma heurística baseada nos valores de Ritz e no número de condição da matriz será desenvolvida para decidir o momento da troca de fase.

## 3 Conclusões

Testes preliminares com problemas pequenos, retirados da biblioteca online NETLIB, apresentam erros inferiores a 3% e 7% nas aproximações do maior e do menor autovalor, respectivamente. As melhores aproximações ocorrem com  $\eta = 5$  (fator de preenchimento para a FCC) e uma precisão do gradiente conjugado na ordem de  $10^{-6}$ . Testes computacionais estão sendo realizados com problemas de maior dimensão e se mostram promissores.

## Agradecimentos

Agradeço a CAPES, CNPq e Fapesp pelo apoio financeiro.

## Referências

- [1] S. Bocanegra, F. F. Campos, and A. R. L. Oliveira. Using a hybrid preconditioner for solving large-scale linear systems arising from interior point methods. *Computational Optimization and Applications*, 36(2-3):149–164, 2007.
- [2] S. Bocanegra, J. Castro, and A. R. L. Oliveira. Improving an interior-point approach for large block-angular problems by hybrid preconditioners. *European Journal of Operational Research*, 231(2):263–273, 2013.
- [3] C. Paige, B. Parlett, and H. Van der Vorst. Approximate solutions and eigenvalue bounds from krylov subspaces. *Numerical linear algebra with applications*, 2(2):115–133, 1995.