

## Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

# Efeito Hydra em Mercados Financeiros

Bruna Pardim Alves<sup>1</sup>

Departamento de Matemática, UNESP, Ilha Solteira, SP

Berenice Camargo Damasceno<sup>2</sup>

Departamento de Matemática, UNESP, Ilha Solteira, SP

Luciano Barbanti<sup>3</sup>

Departamento de Matemática, UNESP, Ilha Solteira, SP

## 1 Introdução

### O Efeito Hydra

O efeito Hydra vem do contexto de Ecologia no estudo de variação populacional, e é detectado através de condições sobre as funções envolvidas na sua modelagem [1, 3].

O fenômeno consiste em termos uma população em que a taxa de mortalidade está aumentando e subitamente há um crescimento da população durante um certo período.

Essencialmente o efeito Hydra se verifica em populações que obedecem por exemplo a equação de sua variação populacional [1] como sendo dada pela recursão:

$$x_{n+1} = c_n x_n f(c_n x_n) \quad (1)$$

onde  $c_{j+1} \geq c_j$  e  $x_n$  é o tamanho da população no tempo  $t_n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , com  $t_0 < t_1 < \dots < t_{(m-1)} < t_m < \dots$  e  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função apropriada.

Uma condição suficiente sobre a função  $f$  para que tenhamos intervalos de parâmetros em que o efeito Hydra com população modelada por (1) ocorra, pode ser encontrada em [2].

### Efeito Hydra e o Método de Markowitz em Mercado Financeiro

Segundo a teoria básica de Markowitz [4] para um investidor obter sucesso é necessário em primeiro lugar montar um conjunto de ações de empresas em setores econômicos diferentes. Isto caracteriza uma Carteira de Investimento. O intuito desta diversificação é gerar um balanço de retornos, pois se um setor econômico estiver em queda, outro setor pode estar em alta. Depois disto, é necessário reequilibrar periodicamente a proporção entre os ativos que compõem a carteira. Isto é feito através da consideração da história dos retornos de cada ativo e os cálculos próprios da teoria. Esses cálculos são baseados em modelos de otimização, através dos multiplicadores de Lagrange.

---

<sup>1</sup>bruna\_pardim@yahoo.com.br

<sup>2</sup>berenice@mat.feis.unesp.br

<sup>3</sup>barbanti@mat.feis.unesp.br

## 2 Resultados

Podemos obter o efeito Hydra, em princípio, para qualquer processo que possa ser descrito como uma sequência de valores. É o caso do Mercado acionário BOVESPA, onde cada ativo pode ser caracterizado pela sua série de retornos. A série de preços de um ativo é uma tabela que relaciona o preço do ativo com os tempos em que seu preço é medido. Logo, a tabela pode ser pensada como o número de indivíduos numa população, no tempo.

Neste trabalho vamos estudar o aparecimento do efeito Hydra, em princípio, para qualquer processo que possa ser descrito através de tabela, em particular em um ativo da BOVESPA, denominado aqui como ativo  $A$ . Utilizamos o seguinte procedimento:

- i. Identificamos dentre os ativos (da BOVESPA, ou de outro mercado) um ativo  $M$  que tem a menor correlação (na série histórica) com  $A$ , e usamos  $M$  como o fator de mortalidade para  $A$ , num período em que a tabela de  $M$  é decrescente.
- ii. Para os ativos  $A = a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  e  $M = c_1, c_2, \dots, c_n, \dots$  construímos as tabelas que relacionam  $a_r$  e  $\frac{a_{r+1}}{a_r}$  e  $c_r$  e  $\frac{c_{r+1}}{c_r}$ . Fazemos em ambos os casos uma linha de tendência polinomial. A primeira é relacionada com  $f$ , e a segunda com  $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , em (1).
- iii. Através de teoremas de suficiência considerando a função  $f$  e a série  $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , podemos identificar as situações onde o efeito ocorrerá.

## 3 Conclusões

Várias simulações foram feitas e os resultados comprovados. Observamos que a previsão da região de crescimento repentino de uma série quando esta está sendo forçada a decrescer, é sempre de interesse, principalmente na área de estudos chamada “harvesting”.

Os resultados podem ser comparados com clássicos como [3], e representam um avanço no andamento da teoria.

## Referências

- [1] P. A. Abrams. When does greater mortality increase population size? The long history and diverse mechanisms underlying the hydra effect. *Ecology Letters*, Oxford, 12(5):462–474, 2009.
- [2] G. H. Conceição, B. C. Damasceno and L. Barbanti. O paradoxal efeito hydra em populações: Aumento do número de indivíduos enquanto aumenta a taxa de mortalidade. In *Anais Congresso de Matemática Aplicada e Computacional (I CMAC-Sul)*, Curitiba, Paraná, Brasil, 2014.
- [3] E. Liz. Bubbles, chaos, and the hydra effect in delayed population models. In *Colloquium on Diff. Eq. and Integration Theory*, Krystni CZ, Masarykova Un. Press, page 46, 2010.
- [4] H. Markowitz. Portfolio Selection\*. *The Journal of Finance*, 7(1):77–91, 1952.