

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## Modelagem Matemática de Elementos Sensores Usando Grafite

Renan Gabbi<sup>1</sup>

Geferson Gustavo Wagner Mota da Silva<sup>2</sup>

Luciane Scarton<sup>3</sup>

Graciane Hammes<sup>4</sup>

Luiz Antônio Rasia<sup>5</sup>

Antônio Carlos Valdiero<sup>6</sup>

Departamento de Ciências Exatas e Engenharias, UNIJUÍ, Ijuí, RS

**Resumo.** Este trabalho apresenta um estudo sobre a modelagem matemática de elementos sensores piezoresistivos obtidos com grafite tipo 2B. Os parâmetros analisados foram o fator de sensibilidade, variação da resistência, tensão mecânica aplicada (longitudinal e transversal) e coeficientes piezoresistivos. Os resultados das simulações computacionais e implementação do modelo matemático foram comparados com os dados experimentais obtidos através de um arranjo experimental. O filme de grafite estudado é um bom indicativo para o projeto de piezoresistores para dispositivos sensores.

**Palavras-chave.** Modelagem Matemática, Elementos Sensores, Piezoresistores, Grafite.

### 1 Introdução

Impulsionada pela constante evolução tecnológica, a indústria eletrônica tem apresentado dispositivos e equipamentos cada vez mais precisos e mais eficientes, isso se deve em grande parte a utilização de sensores, sejam piezoresistivos, piezoelétricos, fotoelétricos, entre outros. Este artigo apresenta o estudo de elementos sensores baseados no efeito piezoresistivo usando filmes de grafite depositado (traçado) sobre substratos poliméricos tipo papel A4 utilizando o método de fricção direta.

O efeito da piezoresistividade consiste na alteração da resistência elétrica de um material quando sobre ele é aplicada uma determinada tensão mecânica [3]. Devido a efeitos cruzados entre as propriedades físicas do material, a temperatura influencia também as propriedades elétricas e mecânicas do elemento sensor. As principais causas da variação da resistência com a temperatura se devem, em especial, ao nível de dopante e a forma do

---

<sup>1</sup>renan.gabbi@unijui.edu.br

<sup>2</sup>geferson\_gustavo@hotmail.com

<sup>3</sup>lucianescarton@hotmail.com

<sup>4</sup>graciane.hammes@yahoo.com.br

<sup>5</sup>rasia@unijui.edu.br

<sup>6</sup>valdiero@unijui.edu.br

perfil de dopagem. Assim, conforme a concentração de dopantes aumenta, a mobilidade diminui com a elevação da temperatura conforme sugerem [2, 4, 6].

Neste trabalho propõe-se a utilização do carbono (sob a forma alotrópica de grafite), depositado em polímero flexível [6], para a confecção de elementos sensores piezoresistivos, visando a modelagem e a simulação computacional do mesmo. A compreensão das propriedades mecânicas, elétricas e térmicas do material é importante para a utilização futura deste material como um dispositivo sensor.

A metodologia empregada consiste na utilização de um arranjo experimental adequado para obter o valor da resistência elétrica projetada, o fator de sensibilidade (*Gauge Factor*), variação da resistência elétrica com a tensão mecânica longitudinal e transversal e os coeficientes piezoresistivos. As simulações computacionais são mostradas nos gráficos e utilizam o modelo matemático dado por [1] e incluem os dados obtidos experimentalmente.

## 2 Descrição da Bancada Experimental

Na confecção dos elementos sensores foi utilizado grafite 2B depositado em polímero flexível, folha de papel A4, em que marcas de lápis são diretamente desenhadas sobre o substrato. Os contatos elétricos foram feitos com fios de cobre [5]. Para verificar a uniformidade da deposição do grafite, utilizou-se um microscópio digital (*Dino-lite modelo AM-313T*).

A Figura 1(a) ilustra o modelo de piezoresistor e o arranjo experimental proposto. A estrutura para testes do elemento sensor baseou-se no método da viga engastada [4, 5], onde a partir da aplicação de um esforço mecânico transversal e longitudinal ( $T_T$  e  $T_L$ ) e da variação da temperatura ( $\Delta\theta$ ), foi possível analisar os fatores de sensibilidade do material, a variação da resistência elétrica ( $\Delta R$ ), o *Gauge Factor* (GF) e os coeficientes piezoresistivos transversais e longitudinais ( $\pi_T$  e  $\pi_L$ ).

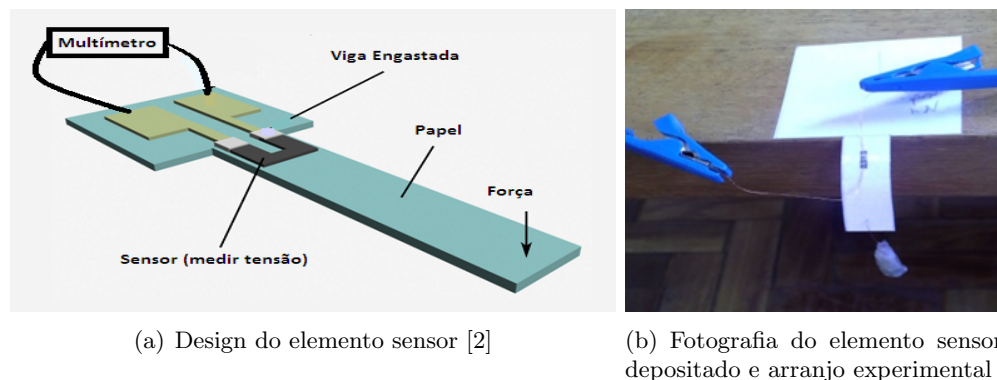


Figura 1: Bancada Experimental

Em uma viga engastada tanto o esforço mecânico ( $T$ ), como a força de contato ( $F$ ), dependem do módulo de elasticidade ( $E$ ) e da geometria do material (comprimento ( $L$ ), largura ( $W$ ) e espessura ( $t$ )) da qual é feita [6].

Na obtenção dos dados foi utilizado um multímetro de  $6^{1/2}$  dígitos modelo *Hp 34401A* para leitura da variação da resistência em função da tensão mecânica aplicada e em função da variação da temperatura. Para variação da temperatura em passos de 10 em 10°C, a partir da temperatura ambiente até a faixa de 100°C, utilizou-se um *Hot Plate* modelo *VELP Scientifica*. Na aplicação das tensões mecânicas utilizou-se pequenos “pesos” com massas variando de 0,095 g a 1,5 g acoplados na viga conforme ilustra a Figura 1(b).

A implementação das equações e dos modelos matemáticos foram realizados utilizando o software *MatLab<sup>TM</sup>*.

### 3 Modelagem Matemática

A resistência  $R$  de um piezoresistor mostrado na Figura 2 pode ser calculada de acordo com [1]

$$R = R_0 + \rho_0 \pi_L \int_{x_d}^{x_u} T_L(x) dx + \rho_0 \pi_T \int_{x_d}^{x_u} T_T(x) dx \quad (1)$$

onde  $\pi_L$  e  $\pi_T$  são os coeficientes piezoresistivos longitudinais e transversais respectivamente,  $T_L(x)$  e  $T_T(x)$  são as tensões aplicadas ao longo do piezoresistor.  $R_0$  é a resistência inicial do material na temperatura ambiente e  $\rho_0$  é a resistividade do material depositado (podendo ser expresso por  $\rho_0=R_0/L$ ).

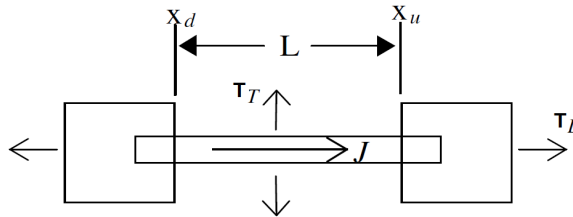


Figura 2: Modelo físico de um piezoresistor [3]

Quando dois piezoresistores diferentes estão posicionados sobre uma estrutura de teste, considera-se a existência de um sistema de duas equações lineares com coeficientes piezoresistivos desconhecidos dados pelas equações (2) e (3),

$$a_L = \int_{x_d}^{x_u} T_L(x) dx \quad (2)$$

$$a_T = \int_{x_d}^{x_u} T_T(x) dx \quad (3)$$

Logo  $\Delta R=R-R_0$  e  $d=\Delta R/\rho_0$ , assim:

$$d = a_L \pi_L + a_T \pi_T \quad (4)$$

Se duas resistências diferentes são consideradas, temos um sistema de duas equações lineares com dois coeficientes piezoresistivos desconhecidos:

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1L} & a_{1T} \\ a_{2L} & a_{2T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_L \\ \pi_T \end{bmatrix} \quad (5)$$

Em notação matricial, este sistema tem a forma genérica dada por:

$$d = A\pi \quad (6)$$

Para determinar a variação da piezoresistência com a temperatura [4], ao modelo dado pela equação (1), foi usada a equação:

$$TCR = \frac{R(\theta) - R(\theta_{amb})}{R(\theta_{amb})\Delta\theta} \quad (7)$$

onde, TCR é o coeficiente de variação da resistência com a temperatura,  $R(\theta_{amb})$  é o valor da resistência sem esforço mecânico aplicado na temperatura ambiente. Do ponto de vista térmico é possível utilizar o modelo de piezoresistor dado pela equação (8), aceito para materiais cúbicos homogêneos e isotrópicos ou mesmo policristalinos [4].

$$R(\theta) = R_{\theta_{amb}} (1 + \alpha\theta + \beta\theta^2) \quad (8)$$

sendo,  $R_{\theta_{amb}}$  o valor do piezoresistor na temperatura ambiente de referência e  $\alpha$  e  $\beta$ , os  $TCR_s$  de primeira e segunda ordem em função da temperatura  $\theta$ .

## 4 Resultados

A partir dos modelos matemáticos descritos foi possível representar graficamente, fatores importantes para a fabricação de elementos sensores utilizando o grafite como material piezoresistor. Estes gráficos representam um comparativo entre a situação modelada (ideal) com a situação experimental (real), e fornecem parâmetros importantes para o projeto de elementos sensores piezoresistivos.

Conforme podemos observar na Figura 3(a), há um comportamento exponencial da tensão mecânica em função do GF indicando que a medida que tensão mecânica longitudinal aumenta o GF segue esta tendência até certo limite em que não haverá mais fator de sensibilidade do material em detrimento da ruptura do grafite depositado. Isso pode ser percebido na Figura 3(b), onde existe uma discordância de valores no modelo experimental, quando comparado com o modelo teórico. Isso serve como indicativo de reestruturação interna da estrutura do grafite uma vez que o mesmo não sofreu nenhum processo de recozimento térmico antes das medidas. Percebe-se, ainda, que o modelo usado apresenta um bom comportamento quando comparado com o experimental. Essas constatações podem ser observadas na Figura 3(c) e na Figura 3(d) conforme mostram os sobressaltos dos dados experimentais obtidos. O modelo mostrado na Figura 3(c) prevê o comportamento real observado na Figura 3(d).

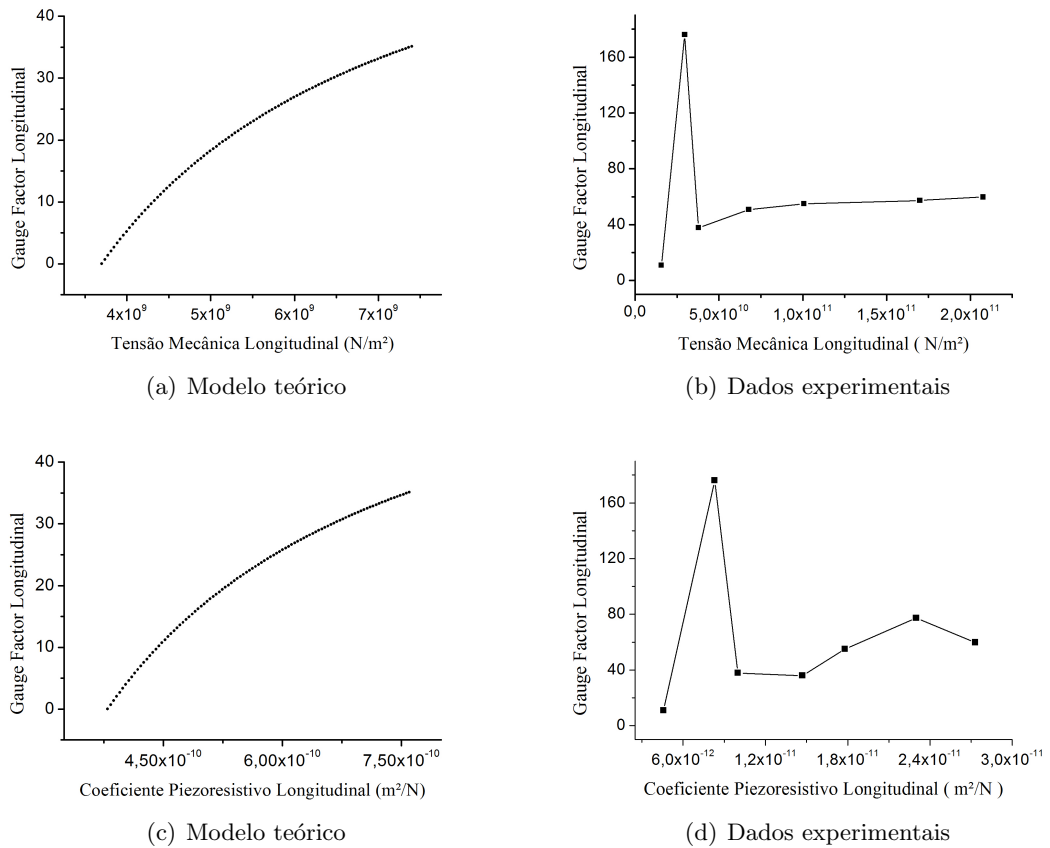


Figura 3: Comparativo entre o Modelo Teórico e Experimental

Em relação à Figura 4(a) e à Figura 4(b), o modelo prevê também uma tendência linear como mostram os dados experimentais. Percebem-se pequenas não linearidades as quais são devidas à própria estrutura do material e também ao próprio arranjo experimental. Essas constatações são mais visíveis quando se analisa a Figura 4(c) e a Figura 4(d) onde o modelo prevê uma relação linear entre a resistência e temperatura. Os dados obtidos apresentam discrepâncias e sobressaltos. Este resultado era esperado, uma vez que, o aumento do número de elétrons livres predomina sobre o aumento do grau de agitação das moléculas, fazendo com que sua resistividade diminua com o aumento da temperatura devido ao aumento dos portadores de carga na banda de condução. Ainda em relação a Figura 4(c) e a Figura 4(b) em alguns intervalos houve aumento da resistência. Uma explicação ligada a esta discrepância se deve ao processo de deposição do grafite sobre o substrato relacionada a não homogeneidade, rugosidade do substrato e a baixa porcentagem de carbono no grafite usado. Entretanto, para algumas faixas de temperatura verificou-se a redução da resistência de acordo o esperado.

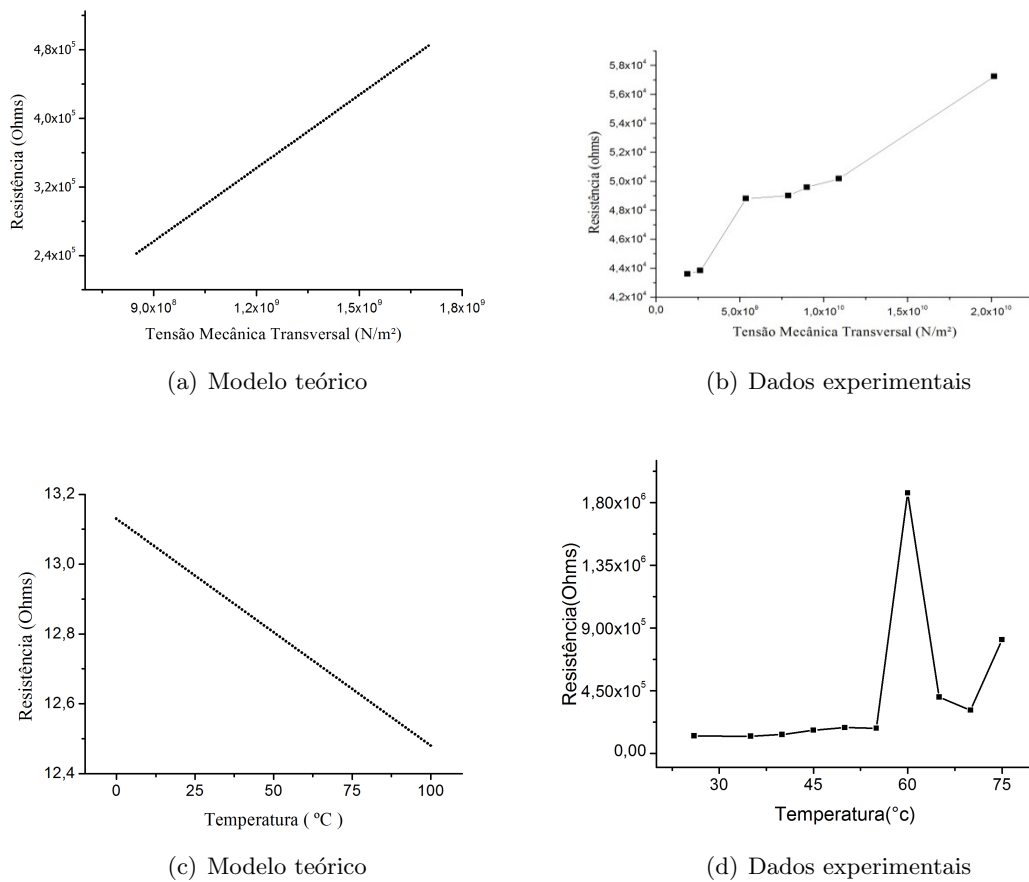


Figura 4: Comparativo entre o Modelo Teórico e Experimental

## 5 Conclusões

O grafite se apresenta como uma alternativa viável para a substituição de materiais convencionais, tais como o silício e isto se deve ao seu desempenho em relação ao *Gauge Factor* apresentado, comportamento da resistência elétrica em função da tensão mecânica e aos efeitos de temperatura.

Os modelos matemáticos implementados predisseram o comportamento do elemento sensor apesar dos dados experimentais apresentarem sobressaltos e algumas discrepâncias. As discrepâncias estão relacionadas ao método de deposição e ao tipo de substrato usado. Entretanto, os resultados encontrados são promissores para a fabricação de dispositivos sensores usando o grafite sobre papel. Em trabalhos futuros pretende-se desenvolver uma nova bancada experimental, visando evitar interferências do ambiente e obter maior concordância com as previsões do modelo matemático.

## Referências

- [1] Z. Gniazdowski, J. Koszur and P. Kowalski. Conditioning of Piezoresistance Coefficient Extraction. *7<sup>a</sup> International Conference (MIXDES)*, Gdynia, Polônia, 2000.
- [2] G. Hammes, L. A. Rasia e A. C. Valdiero. Modelagem Matemática e Fabricação de Estruturas Piezoresistivas Usando Grafite, *Salão do Conhecimento UNIJUÍ*, 2015. ISSN: 2318-2385
- [3] M. Geremia, A. Moi, R. Moreira e L. A. Rasia. Modelagem Matemática de Sensores Piezoresistivos Baseados em Filmes Finos Semicondutores, *Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics*, volume 1, 2013. DOI: 10.5540/03.2013.001.01.0106
- [4] L. A. Rasia. Estudo e Aplicação das Propriedades Elétricas, Térmicas e Mecânicas de Materiais Amorfos Piezoresistivos em Transdutores de Pressão. Tese de Doutorado. Escola Politécnica da USP, 2009.
- [5] T-L. Ren, H. Tian, D. Xie, and Y. Yang. Flexible graphite-on-paper piezoresistive sensors. *Sensors* 12:6685-6694, 2012. DOI:10.3390/s120506685.
- [6] D. Thomazini, P. U. B. de Albuquerque. *Sensores industriais: fundamentos e aplicações*. Érica, São Paulo, 2011.