

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Modelagem Matemática dos Processos de Transferência de Massa em Extrator “Crown-Model”

A. P. Spilimbergo¹

Departamento de Ciências Exatas e Engenharias - DCEEng, UNIJUÍ, Ijuí, RS

Claudia Piva²

Departamento de Ciências Exatas e Engenharias - DCEEng, UNIJUÍ, Ijuí, RS

Viktor G. Krioukov³

Department of Engines e Department of Applied Mathematics, KSTU, Kazan, Tatarstan, Russia

Airat F. Khaliullin⁴

Department of Engines e Department of Applied Mathematics, KSTU, Kazan, Tatarstan, Russia

Resumo. Em trabalhos anteriores foi desenvolvida a modelagem matemática da extração de óleo de soja em instalações “Crown-Model” levando em conta uma alta produtividade deste óleo. Nesta pesquisa apresenta-se o modelo matemático modificado para o mesmo tipo de extrator, mas para óleo de girassol com média produtividade e com fluxos significantes de recirculação. Descrevem-se as propriedades do regime básico estacionário e mostra-se também a comparação dos resultados com dados experimentais.

Palavras-chave. Extrator, Óleo Vegetal, Modelo Matemático, Meio Poroso, Simulação Numérica.

1 Introdução

Atualmente o óleo vegetal é produzido em extratores industriais do tipo “Rotocell”, “De-Smet”, “Crown-Model”, etc. [2]. Os processos da extração nestes equipamentos, em condições dos fluxos contra-correntes cruzados (CCC) do meio poroso e micela líquida, são bastante complexos para modelagem matemática e para projetar e acompanhar o funcionamento dessas instalações é utilizado o modelo de multi-estágios. Mas ele não é sensível a fatores importantes tais como: parâmetros geométricos do extrator, características da matéria prima e parâmetros do regime operacional. Dessa forma, estão sendo elaborados modelos matemáticos, apoiados em leis e regularidades peculiares dos processos físico-químicos em meios porosos [3, 8, 9]. Nos trabalhos [8, 9] foram apresentados os modelos matemáticos dos extratores “Rotocell” e “De-Smet” onde nos Fluxos-CCC da matéria prima e da miscela foram considerados os principais fenômenos: transferência do óleo entre as fases, difusão pelo campo de extração e existência de zonas de carregamento de

¹patspi@unijui.edu.br

²cpivaa@gmail.com.br

³vkrujkov@mail.ru

⁴ayratkhaliullin@mail.ru

drenagem e de bandejas. Nos trabalhos [1, 4] foi desenvolvido o modelo matemático de um extrator contemporâneo “Crown-model” para grande produção de óleo de soja. No presente trabalho é apresentado o modelo modificado, que se aplica para o mesmo tipo de extrator, mas com média produção de óleo de girassol e com fluxos significantes de recirculação.

2 Modelo Matemático

O esquema do extrator é apresentado na Figura 1. Os principais componentes envolvidos no processo de extração são:

- a matéria prima que inicialmente contém uma parcela considerável de óleo ($N_t \approx 20\%$, onde N_t é a concentração inicial do óleo na matéria prima) e consiste do conjunto de partículas com a parte sólida e dois tipos de porosidade: ε_b - externa e ε_p - interna. A matéria entra no extrator através do tubo B1 e sai pelo tubo E1 quase sem óleo;
- a micela é a mistura do solvente (hexano) com o óleo; ela entra no extrator através do tubo B2 sendo quase hexano puro e sai pelo tubo E2, incluindo uma alta concentração de óleo; a micela nos espaços ε_b chama-se fase bulk e nos espaços ε_p fase poro.

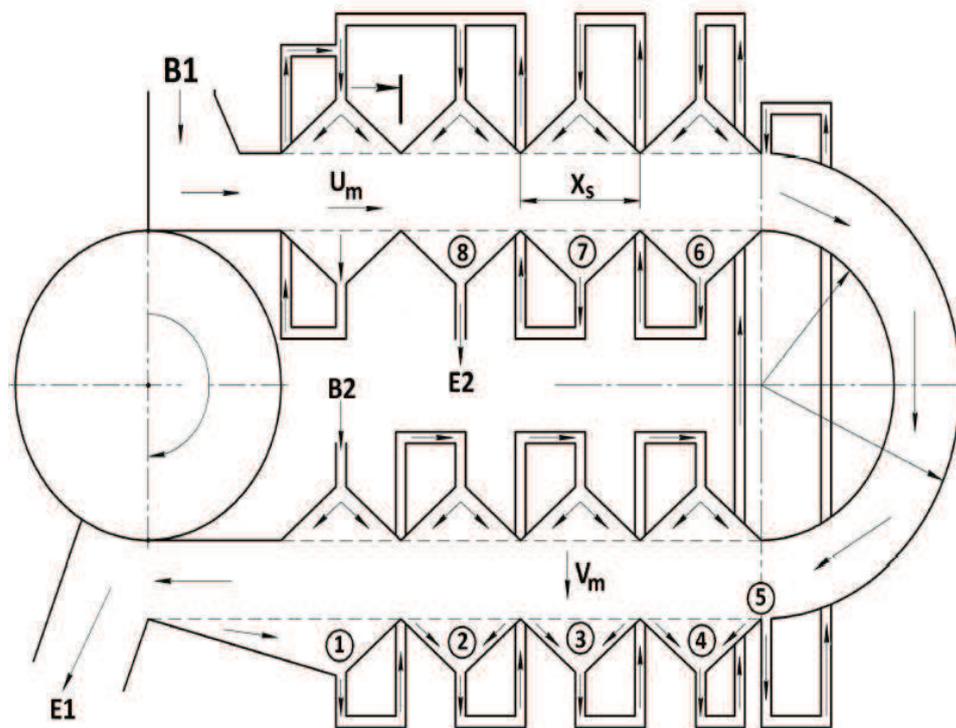


Figura 1: Esquema principal do extrator “Crown-model”. Bandejas: 1 - 4 (no trecho inferior), 6 - 8 (no trecho superior); B1 - entrada da matéria prima; E1 - saída do farelo; B2 - entrada do hexano; E2 - saída da micela concentrada.

No aspecto operacional, o extrator contém as seguintes zonas (Figura 1):

- de extração que inclui dois trechos (superior e inferior) e o trajeto conexivo; os trechos são compostos por seções de percolação (3-acima e 4-abaxo) e bandejas 1-8;
- de carregamento dos espaços ε_b e ε_p da matéria prima por micela (na região B1);
- de drenagem onde a micela abandona os espaços ε_b (na região da bandeja 1).

A descrição dos processos ocorrentes nos trechos e no trajeto se encontra em [1,4]. O esquema físico do extrator “Crown-Model” considera os seguintes fenômenos:

- os fluxos contra-correntes cruzados da matéria prima e da micela;
- a distribuição bi-dimensional das concentrações de óleo nas fases: bulk (C), poro (C^p) e sólida (C^N) pelo campo de extração;
- o deslocamento da micela dentro das seções na direção horizontal devido ao arraste pela matéria prima;
- a difusão em todo o campo, nas direções vertical e horizontal (trechos) e radial e angular (trajeto);
- as perdas do óleo das fases poro e sólida na zona de drenagem;
- o desequilíbrio das concentrações do óleo entre as fases sólida e poro;
- as transferências de óleo da fase sólida à poro e da poro à fase bulk;
- os fluxos de recirculação nas seções de percolação e dentro de trajeto.

As hipóteses simplificadoras estão descritas em [1,4]. No modelo matemático o campo da extração divide-se em três domínios: trecho superior com m_1 seções de percolação, trecho inferior com m_2 seções e trajeto conexivo, cada um com seu próprio sistema de coordenadas. As equações para os trechos horizontais são:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = \delta V_m \frac{\partial C}{\partial Z} + E_S \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) + \frac{(1 - \varepsilon_b)}{\varepsilon_b} k_f a_p (C^p - C) - u_m \frac{\partial C}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial C^p}{\partial \tau} = \frac{(1 - \varepsilon_p)}{\varepsilon_p} k_N (C^N - E_d C^p) - \frac{k_f a_p (C^p - C)}{\varepsilon_p} - u \frac{\partial C^p}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial C^N}{\partial \tau} = -k_N (C^N - E_d C^p) - u \frac{\partial C^N}{\partial x} \quad (3)$$

onde: $\delta = -1$, (trecho superior); $\delta = 1$ (trecho inferior), x, z - coordenadas; V_m é a velocidade vertical da micela; E_S é o coeficiente de dispersão [5]; k_f é o coeficiente de transferência de massa entre as fases poro e bulk [7]; a_p é a área específica de contato entre as fases poro e bulk; u_m é a velocidade horizontal da micela; k_N é a constante de extração do óleo da fase sólida à fase poro; E_d é o coeficiente de equilíbrio entre as fases poro e sólida; u é a velocidade da matéria prima e τ é o tempo.

As equações para trajeto conexivo são:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = E_S \left(\frac{\partial^2 C}{\partial \tau^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} \right) + E_S \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 C}{\partial \theta^2} + k_f a_p \frac{(1 - \varepsilon_b)}{\varepsilon_b} (C^p - C) - \theta' \frac{\partial C}{\partial \theta} \quad (4)$$

$$\frac{\partial C^p}{\partial \tau} = \frac{(1 - \varepsilon_p)}{\varepsilon_p} [k_N (C^N - E_d C^p)] - \frac{k_f a_p}{\varepsilon_p} (C^p - C) - \theta' \frac{\partial C^p}{\partial \theta} \quad (5)$$

$$\frac{\partial C^N}{\partial \tau} = -k_N (C^N - E_d C^p) - \theta' \frac{\partial C^N}{\partial \theta} \quad (6)$$

onde: θ é a coordenada angular; θ' é a velocidade angular da fita do transportador e r é a coordenada radial.

As equações das concentrações (C_i) nas bandejas 1-8 e as condições de contorno são apresentadas nos trabalhos [1, 4]. Os fluxos dentro do extrator são determinados pelas equações:

$$Q_T = Q_{he} + H_L L_r u_m \varepsilon_b = V_m H_L X_S \varepsilon_b \quad (7)$$

$$Q_P = H_L L_r [u_m \varepsilon_b + u(1 - \varepsilon_b) \varepsilon_p] \quad (8)$$

$$Q_S = Q_{he} - H_L L_r u(1 - \varepsilon_b) \varepsilon_p \quad (9)$$

onde: Q_T é o fluxo volumétrico total da micela; Q_S é o fluxo volumétrico de micela concentrada na saída E2 (Figura 1); Q_P é o fluxo volumétrico de micela na zona de carregamento e Q_{he} é o fluxo volumétrico de hexano no extrator.

As perdas de óleo (P_{ol}) são calculadas por:

$$P_{ol} = \frac{\rho_{ol} \cdot u \cdot H_L}{M_n (1 - N_t)} \int_0^{L_r} (C^p(m_2 X_s, z) + C^N(m_2 X_s, z)) dz \quad (10)$$

onde H_L é a largura do leito, L_r é a altura do leito, X_s é o comprimento de uma seção, ρ_{ol} é a densidade do óleo e M_n é o fluxo mássico de matéria prima no extrator.

O algoritmo de cálculo baseia-se no método de linhas [6]. Neste caso as Equações (1)-(6) transformam-se em equações diferenciais ordinárias deixando as derivadas temporais e discretizando as derivadas espaciais por x e z , criando uma malha retangular. O sistema resultante foi resolvido pelo método de Runge-Kutta.

3 Pesquisas Experimentais e Numéricas

Primeiramente o modelo matemático foi aplicado para um extrator de grande produtividade que foi projetado na empresa “Intecnial” (Erechim, Brasil). Os parâmetros e características do regime operacional (para produção de óleo de soja) são mostrados na Tabela 1.

No presente trabalho apresenta-se a pesquisas para o extrator “Crown-Model” instalado na empresa “KMEZ” (Kazan, Rússia). Os seus “requisitos” (para a produção do óleo de girassol) também são mostrados na Tabela 1 (onde: X_A e X_C são os comprimentos dos trechos superior e inferior; ρ_{he} é a densidade do hexano; ρ_{Mn} e g_{Mn}^{ol} são densidade e fração mássica de óleo na matéria prima; $c_w = u_m/u$ é o coeficiente de arraste da micela; g_{mis}^{ol} é a fração mássica de óleo na micela forte; Q_{vi} são os fluxos de recirculação nas seções

Tabela 1: Parâmetros e Características dos Extratores.

Parâmetro	Crown B	Crown N	Parâmetro	Crown B	Crown N
Semente	Soja	Girassol	$m_1(-)$	6	3
Preparação	Extrusor	Prensagem	$m_2(-)$	6	4
$\rho_{Mn}(kg/m^3)$	500	348	$L_r(m)$	0,8	0,78
$g_{Mn}^{ol}(\%)$	19 – 21	19 – 23	$H_L(m)$	3,66	3,05
$V_m(m/s)$	0,018	0,005	$X_A(m)$	16,2	8,7
$\varepsilon_b(-)$	0,419	0,502	$X_C(m)$	16,12	11,6
$\varepsilon_p(-)$	0,284	0,31	$R_1(m)$	2,6	2,7
$E_d(-)$	0,2	0,45	$M_{mis}^{ol}(kg/s)$	10,5	1,30
$\rho_{ol}(kg/m^3)$	910	921	$u(mm/s)$	37,7	8,9
$\rho_{he}(kg/m^3)$	680	673	$c_w(-)$	0,2	0,4
$a_p(1/m)$	65	90	$g_{mis}^{ol}(\%)$	30	21
$k_N(1/s)$	0,01	0,055	$P_{ol}(\%)$	0,62	1,1
M_n	56,94	7,54	$Q_T(\ell/s)$	75	17,5
$Q_{he}(\ell/s)$	65,27	12,5	$Q_{vi}(\ell/s)$	4	10

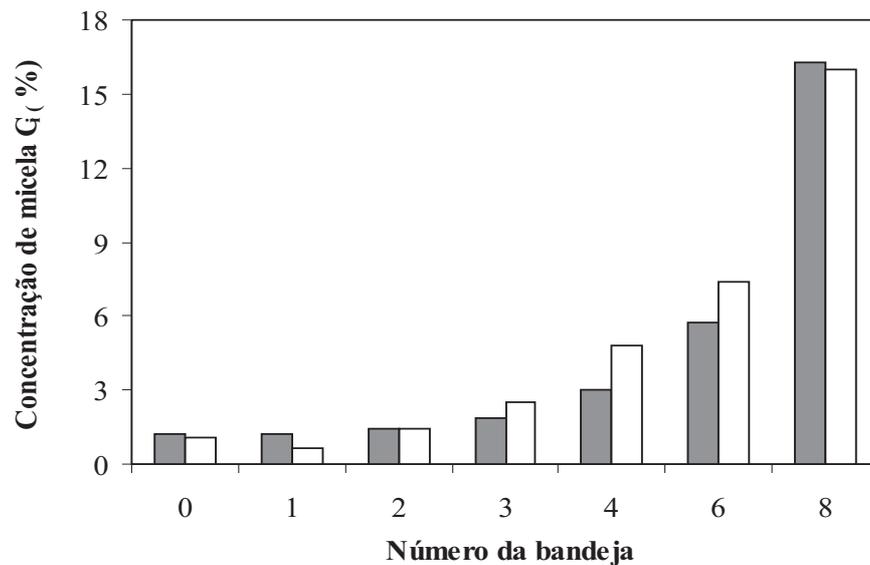


Figura 2: Distribuições das concentrações nas bandejas (■ - dados experimentais; □ - dados teóricos).

de percolação; M_{mis}^{ol} é a vazão do óleo no extrator). Observa-se que nesta instalação que a matéria prima é preparada por “prensagem” (quando mais da metade do óleo está extraído das sementes) . A Figura 2 apresenta a comparação de dados experimentais e teóricos.

A Figura 3 apresenta as distribuições médias das concentrações:

$$\bar{C}^\theta = \frac{1}{L_r} \cdot \int_0^{L_r} C^\theta(x, z) dz \quad (11)$$

onde $\bar{C}^\theta \in \bar{C}, \bar{C}^p$ e \bar{C}^N são as concentrações médias do óleo (em relação altura do extrator) das fases bulk, poro e sólido. A taxa de equilíbrio entre as fases sólido e poro é dada por: $Z_n = C^N / (C^p E_d)$. No estado de equilíbrio $Z_n = 1$, se $Z_n > 1$, a concentração C^N é maior que seu valor equilibrado (C_{eq}^N) e atua a força motriz da transferência do óleo da fase sólida para a poro.

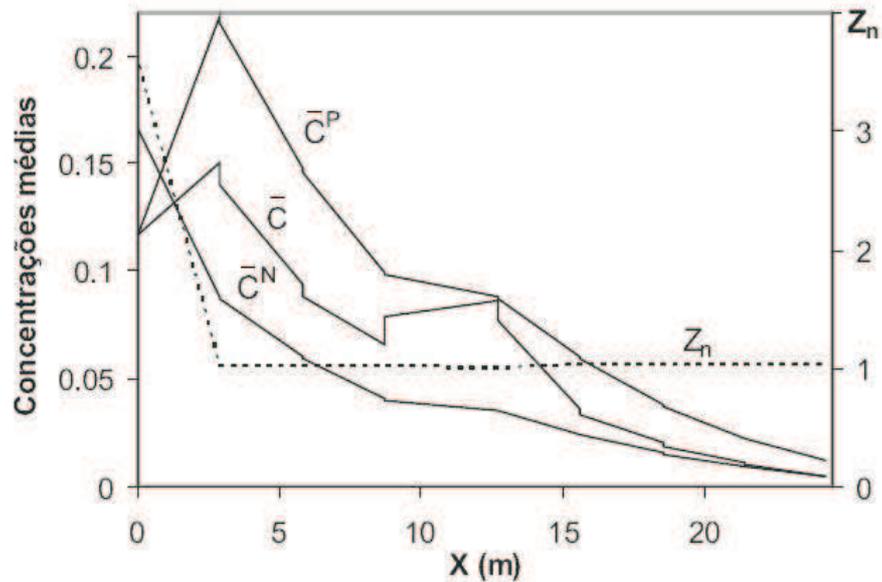


Figura 3: Distribuições médias das concentrações e taxa de equilíbrio ao longo do extrator.

Na Figura 3 pode-se destacar: os “degraus” das concentrações \bar{C} ; os saltos na entrada e no fim do trajeto conexivo; a superação das \bar{C}^p sobre \bar{C} em todo o campo de extração; o decréscimo monótono das concentrações \bar{C}^N e os máximos das \bar{C}^p e \bar{C} próximo da zona de entrada da matéria prima.

4 Conclusões

Este trabalho é uma continuação das pesquisas [1, 4], onde foi apresentado o modelo matemático dos processos de transferência de massa em extrator “Crown Model”. Diferentemente do método dos estágios este modelo é mais eficiente e sensível à alteração dos principais parâmetros da planta. Nesta pesquisa o modelo matemático modificado foi aplicado para o extrator com produtividade média tendo como matéria prima o girasol. Nestas condições o modelo mostrou a boa capacidade de prever as características do regime da planta.

5 Agradecimentos

Os autores agradecem ao Fundo de Pesquisas Fundamentais Russo (RFFI) e a República do Tatarstan (projeto N^o15 – 48 – 02454/2015) e aos engenheiros da empresa KMEZ com cujo apoio foi realizado o presente trabalho.

Referências

- [1] R. C. Benetti, V. G. Krioukov e R. L. Iskhakova. Modelo matemático do extrator “Crown Model” e a sua identificação por dados experimentais. In *Proceedings of Brazilian Congress of Mechanical Engineering (XVI COBEM)*, Uberlandia, Minas Gerais, 2001.
- [2] Z. Berk, *Food Process Engineering and Technology*, Elsevier, 2009.
- [3] M. E. Carrin and G. H. Crapiste. Mathematical modeling of vegetable oil-solvent extraction in a multistage horizontal extractor, *Journal of Food Engineering*, 85:418-425, 2008.
- [4] M. Cavaleiro e C. Piva. Simulação numérica e visualização dos processos em instalações industriais “Crown Model”, In *Proceedings of Brazilian Congress of Mechanical Engineering (XVI COBEM)*, Uberlandia, Minas Gerais, 2001.
- [5] E. L. Cussler. *Diffusion: Mass Transfer in Fluid Systems*. University of Minnesota, Cambridge, 2009.
- [6] J. D. Lambert. *Numerical Methods for Ordinary Differential Systems - The Initial Value Problem*. John Wiley, New York, 1991.
- [7] R. E. Treybal. *Liquid Extraction*. McGraw-Hill, New York. 2007.
- [8] G. C. Thomas, V. G. Krioukov, and H. A. Vielmo, Simulation of vegetable oil extraction in counter-current crossed flows using the artificial neural network, *Chem. Eng. Proc.*, 44:581-592, 2005.
- [9] G. O. Veloso, V. G. Krioukov and H. A. Vielmo, Mathematical modeling of vegetable oil extraction in counter current crossed flow in horizontal extractor, *Journal of Food Engineering*, 66:477-486, 2005.