Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 5, N. 1, 2017.

Trabalho apresentado no CNMAC, Gramado - RS, 2016.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

Estudo de métodos de otimização sem derivada que utilizam direções aleatórias

Alisson Lucas de Souza[1]
André Luís Machado Martinez[2]
Departamento Acadêmico de Matemática, UTFPR, Cornélio Procópio, PR

1 Introdução

Neste trabalho apresentamos um estudo sobre o Método das Direções Aleatórias, que foi proposto por Diniz-Ehrhardt, Martínez e Raydan em 2008 [1]. Este é um método de otimização sem derivada que utiliza busca linear e considera o problema: $min\, f(x)$, onde $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, sujeito a $x \in \mathbb{R}^n$. Métodos de otimização sem derivada são aplicados, em geral, em problemas que têm como função objetivo um arquivo executável cujo código não está acessível ao usuário, conhecidos como caixas-pretas [1].

O grande diferencial do método estudado é que o vetor diretor $d \in \mathbb{R}^n$ é gerado aleatoriamente a cada iteração, podendo permitir acréscimos na função objetivo e, eventualmente, utilizar direções de subida. Além da análise do algoritmo do Método das Direções Aleatórias, propomos uma modificação na busca linear realizada no algoritmo, na qual utilizamos Seção Áurea, e reproduzimos testes comparativos.

2 Método das Direções Aleatórias

O Método das Direções Aleatórias se caracteriza como um método globalmente convergente com estratégia de busca linear não monótona. Primeiramente, escolhe-se um parâmetro $M \in \mathbb{N}$. E em uma iteração k, definimos $\overline{f}_k = max\{f(x_k), \dots, f(x_{max\{k-M+1\}})\}$. Se a inequação

$$f(x_k + \alpha_k d_k) \leq \overline{f}_k + \eta_k - \alpha_k^2 \beta_k \tag{1}$$

for satisfeita, tomamos $x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k$.

O parâmetro η_k deve ser escolhido de modo que $\eta_k > 0, \forall\, k \in \mathbb{N}$ e $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \eta_k = \eta < \infty$. Já o parâmetro β_k deve ser tal que $\{\beta_k\}$ seja uma sequência limitada, isto é, exista $C \in \mathbb{R}$ tal

[1] alissonsouza@alunos.utfpr.edu.br
[2] martinez@uftpr.edu.br

que $\beta_k < C$, com $\beta_k > 0$, $\forall\, k \in \mathbb{N}$ e, para qualquer subconjunto infinito de índices $K \subset \mathbb{N}$, $\lim_{k\in K} \beta_k = 0 \Rightarrow \lim_{k\in K} \nabla f(x_k) = 0$.

A inequação (1) é a responsável por eventualmente serem admitidos pontos que representem acréscimo à função objetivo. Isso se deve às características do parâmetro η_k e ao fato de utilizarmos $\overline{f}_k$ ao invés de $f(x_k)$. Para visualização do algoritmo do Método das Direções Aleatórias, recomendamos a leitura de [1].

Este método tem como principal característica o uso de direções aleatórias, então mantemos os parâmetros iniciais do algoritmo, bem como os Passos 1, 2 e 5. Nossa modificação está relacionada aos Passos 3 e 4, nos quais os autores propõem o uso do Método da Interpolação Quadrática para encontrar o tamanho do passo. Optamos por utilizar o Método da Seção Áurea [2], como especificado a seguir:

Passo 3: *Seção Áurea.* Utilizando o método da Seção Áurea, calcule $\tilde{\alpha} \in [-1, 1]$ o mínimo aproximado de $f(x_k + \tilde{\alpha} d_k)$. Se $\tilde{\alpha} < 0$, faça $d_k = -d_k$, $\tilde{\alpha} = |\tilde{\alpha}|$ e vá ao Passo 4.

Passo 4: *Backtracking.* Faça $\alpha = \tilde{\alpha}$. Se (1) for satisfeita, faça $\alpha = \tilde{\alpha}$, $x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k$ e termine a iteração. Caso contrário, calcule $\alpha_{new} \in [\tau_{min}\alpha, \tau_{max}\alpha]$, usando Seção Áurea com salvaguarda. Faça $\alpha = \alpha_{new}$ e repita o teste (1).

Ao aplicar Seção Áurea, utilizamos precisão $\varepsilon = 10^{-2}$. Assim, durante os testes, observamos que o algoritmo satisfazia a inequação (1) mais rapidamente que ao usar Interpolação Quadrática. A estratégia de minimizar o intervalo $[x - d, x + d]$ se apresentou como alternativa razoável para decidir a direção de descida (d_k ou $-d_k$).

Dos vinte problemas que os autores propõem para os testes numéricos, o algoritmo original consegue resolver dois deles com total sucesso e outros seis com a solução próxima do que é apresentado em [3], vide tabela em [1]. Implementamos o algoritmo modificado no software MATLAB e repetimos os testes em [3]. Conseguimos resolver três problemas e, em outros sete, o método chegou muito próximo da solução.

3 Conclusões

As modificações propostas se mostraram promissoras, o que nos leva a ter, como perspectivas futuras, testar novas alterações no algoritmo que possam melhorar sua performance, tentando manter os principais aspectos teóricos e validar as alterações com mais testes numéricos.

Referências

[1] M. A. Diniz-Ehrhardt, J. M. Martínez and M. Raydan. A derivative-free nonmonotone line search technique for unconstrained optimization, *Journal of Computational and Aplied Mathematics*, 219:383–397, 2008.

[2] D. G. Luenberger and Y. Ye. *Linear and Nonlinear Programming.* Springer, Stanford, 2008.

[3] J. J. Moré, B. S. Garbow and K. E. Hillstrom. Testing unconstrained optimization software, *ACM Transactions on Mathematical Software*, 7:17–41, 1981.