

# Otimização Topológica Aplicada à Minimização da Flexibilidade Dinâmica de Braços Robóticos Flexíveis

Valdecir Bottega<sup>1</sup>

Daniela D. Chiesa<sup>2</sup>

Rejane Pergher<sup>3</sup>

Universidade Federal de Pelotas - UFPEL, Instituto de Física e Matemática - IFM, Departamento de Matemática e Estatística - DME, Pelotas, RS

**Resumo.** Este trabalho tem por objetivo aplicar o método de otimização topológica, para encontrar a melhor distribuição de material em um braço robótico flexível, visando minimizar a flexibilidade dinâmica do braço e atendendo uma restrição de volume preestabelecida. Idealiza-se o braço robótico como uma viga bidimensional. Discretiza-se esse domínio em um número finito de subdomínios denominados elementos finitos. Na formulação do problema, utiliza-se o modelo de material SIMP, o qual admite como variáveis de projeto as pseudodensidades dos elementos finitos. As variáveis de projeto são atualizadas através da Programação Linear Sequencial. Aplica-se um filtro de sensibilidade para evitar que possíveis complicações numéricas interfiram nas topologias ótimas. Resultados numéricos foram obtidos através de um algoritmo desenvolvido em *software Matlab*. As simulações realizadas mostram que as topologias ótimas encontradas estão bem definidas, atendem os critérios de estabilidade numérica definidos no algoritmo, estão de acordo com trabalhos similares desenvolvidos na literatura e podem ser utilizadas em projetos de fabricação de estruturas.

**Palavras-chave.** Braço robótico, Elementos Finitos, Otimização Topológica.

## 1 Introdução

Em geral, os manipuladores robóticos são projetados com alta rigidez nos seus elementos, a fim de obter maior precisão. Isso resulta em máquinas pesadas, com baixo desempenho cinemático e eficiência dinâmica. Portanto, uma maneira de obter maior agilidade e eficiência, é a redução da massa. Manipuladores leves oferecem muitos desafios a pesquisadores em robótica, em comparação com robôs rígidos e volumosos. O consumo de energia é diminuído ganhando agilidade e rapidez. Devido a essas características, essa classe de manipuladores é especialmente conveniente para uma variedade de aplicações robóticas, principalmente em se tratando de robôs embarcados.

---

<sup>1</sup>valdecir.bottega@ufpel.edu.br

<sup>2</sup>ddchiesa@hotmail.com

<sup>3</sup>rejane.pergher@gmail.com

Dentre as várias metodologias para se projetar estruturas, a otimização topológica (OT) permite gerar projetos ótimos de estruturas sob diversos tipos de restrições, visando melhorar o seu desempenho para diversas aplicações. Esses projetos são obtidos a partir da distribuição de material na estrutura, de tal maneira que maximize ou minimize uma função objetivo e também atenda às restrições impostas ao projeto. Nesse trabalho, a OT é utilizada na minimização da flexibilidade dinâmica para uma restrição de volume final da estrutura. Um braço robótico é modelado como uma viga bidimensional. Utiliza-se, como ferramenta de cálculo estrutural, o método dos elementos finitos (MEF). Na formulação do problema adota-se como modelo de material o SIMP (*Solid Isotropic Material with Penalization*), que define as pseudodensidades dos elementos finitos como as variáveis de projeto do problema. As variáveis de projeto são atualizadas através da Programação Linear Sequencial (SLP) e possíveis instabilidades numéricas são evitadas com o uso de um filtro de sensibilidade. Simulações numéricas foram realizadas a partir da modificação do algoritmo desenvolvido por [12], com o auxílio do *software Matlab*, permitindo a visualização da estrutura otimizada.

## 2 Problema de Otimização Topológica

O objetivo da OT é encontrar, dentro de um domínio, um subdomínio com material ou um subdomínio sem material que satisfaça um critério estabelecido, sem qualquer decisão a priori sobre sua conectividade [1]. De forma simples, a OT resume-se num problema de distribuição de material em um domínio, de maneira a determinar em quais pontos haverá, ou não, material, configurando um problema binário da forma  $1 - 0$ , onde 1 representa a total presença de material e 0 a ausência de material (vazio). Visualmente pode-se representar um problema de OT por uma imagem em preto e branco, aonde um ponto do domínio, com presença de material é definido pela cor preta e um ponto do domínio, aonde há a ausência de material é definido pela cor branca.

Tendo em vista que o problema de otimização binário é mal posto [3], a existência da solução pode ser alcançada através do relaxamento do problema, que permite que as densidades assumam valores intermediários entre 0 e 1 [2]. A inserção desses valores pode ser feita pela escolha de um modelo de material. Um modelo de material utilizado em larga escala na literatura, devido a sua facilidade de implementação e por não aumentar o número de variáveis do problema, é o modelo de material SIMP.

### 2.1 Otimização Topológica de Mínima Flexibilidade Dinâmica

Um problema dinâmico estrutural relevante é o problema que envolve vibrações forçadas, causadas por excitações harmônicas. Esse tipo de problema é de suma importância, uma vez que, forças harmônicas, representam uma das principais fontes de vibração ou ruído em estruturas [4,5]. Especificamente, no caso de braços robóticos, as cargas e o torque dos motores das juntas induzem vibrações na estrutura e essas vibrações acabam prejudicando a precisão das tarefas e podem causar danos ao robô. Assim, pode-se desejar otimizar a resposta dinâmica de uma estrutura sujeita a uma dada frequência ou para uma determinada faixa de frequências. Para problemas desse tipo, expressa-se a resposta dinâmica

de uma estrutura em termos da flexibilidade dinâmica [3, 8].

O problema de otimização topológica para a minimização da flexibilidade dinâmica de estruturas, no estado estacionário, sujeitas a um carregamento externo harmônico, pode ser definido por [9]:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{x}} (c_d)^2, \\ & \text{sujeito à : } c_d = |\mathbf{F}_a^T \mathbf{U}_a|, \\ & \mathbf{K}_d \mathbf{U}_a = \mathbf{F}_a, \\ & V = \eta V_0, \\ & 0 < x_{min} \leq x_e \leq 1, \quad e = 1, \dots, N_e, \end{aligned} \tag{1}$$

onde  $\mathbf{x} = \{x_e\}$  é o vetor de variáveis de projeto,  $c_d$  é a flexibilidade dinâmica,  $\mathbf{F}_a$  é o vetor de amplitude do carregamento externo harmônico,  $\mathbf{U}_a$  é o vetor de amplitude do deslocamento,  $V$  é o volume do material sólido,  $\eta$  é um limitador do material a ser utilizado na geração da topologia ótima,  $V_0$  é o volume do domínio de referência,  $x_{min}$  é o valor mínimo admissível às variáveis de projeto,  $N_e$  é o número de elementos finitos da malha e  $\mathbf{K}_d$  é a matriz de rigidez dinâmica global, definida por:

$$\mathbf{K}_d = (\mathbf{K} - \omega_c^2 \mathbf{M}), \tag{2}$$

onde  $\mathbf{K}$  é a matriz de rigidez,  $\mathbf{M}$  é a matriz de massa e  $\omega_c$  representa a frequência de excitação prescrita.

A definição da flexibilidade dinâmica  $c_d$  como o valor absoluto do produto escalar entre o vetor transposto da amplitude do carregamento e o vetor de amplitude do deslocamento, se deve ao fato de que esse mesmo produto escalar, pode tornar-se negativo à medida que a matriz de rigidez dinâmica se tornar definida negativa quando é estipulado um valor alto para a frequência de excitação (maior que a primeira frequência natural da estrutura) [8,9]. Além disso, para tornar o problema diferenciável, é tomada a função objetivo como sendo o quadrado da flexibilidade dinâmica [3, 9].

### 3 Resultados

Na sequência, serão apresentados os resultados da implementação computacional para a resolução do problema (1). A metodologia utilizada tem como base o trabalho apresentado em [12].

A discretização do domínio foi realizada a partir de uma malha regular de elementos finitos (EF). Para cada EF é atribuído um valor inicial de  $x_e$ . Segundo [10], com o propósito de iniciar a modelagem com uma solução já executável e aproveitando o máximo de material, confere-se a cada elemento finito, um mesmo valor de  $x_e$ , e esse valor corresponde a  $\eta$ .

#### 3.1 Dados gerais utilizados nas simulações

As propriedades do material isotrópico, são as mesmas utilizadas em todas as simulações e são dadas conforme descrito na Tabela 1.

Tabela 1: Propriedades do material isotrópico utilizado

Propriedade	Valor
Módulo de Young ( $E_0$ )	$6,8 \times 10^{10} N/m^2$
Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )	0,36
Densidade ( $\rho_0$ )	$2.700 kg/m^3$

### 3.2 Problema de mínima flexibilidade dinâmica

Um braço robótico flexível é idealizado como uma viga bidimensional, cujo comprimento é igual a  $1m$  e a altura é igual a  $0,2m$ . No lado esquerdo da viga é inserido um furo, de forma circular, representando o eixo de rotação do braço e, no lado direito, supôs-se a aplicação de uma força harmônica, conforme ilustrado na Figura 1.

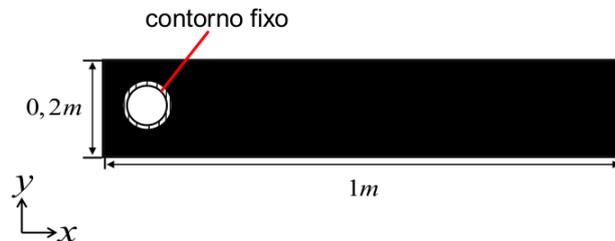


Figura 1: Idealização de um braço robótico flexível em 2D.

Com o objetivo de obter os resultados topológicos, que minimizem a flexibilidade dinâmica da viga, sujeita a diferentes valores para a frequência de excitação, são realizadas três simulações, conforme descrito na Tabela 2. Considera-se uma malha de  $150 \times 30$  elementos, estipula-se que  $F_a = 1 \times 10^5 N$ ,  $\eta = 0,6$  e que o raio do filtro de sensibilidade é igual a 2. Ainda, para esse problema, são investigados o comportamento da primeira frequência natural da viga e o percentual de redução entre a flexibilidade inicial e a flexibilidade final.

Tabela 2: Modelo de elementos finitos correspondente às simulações 1, 2 e 3.

Simulação	1	2	3
Número de variáveis de projeto	4.500	4.500	4.500
Frequência de excitação	0	50	110

Na terceira simulação, a frequência de excitação ( $110Hz$ ) é maior que a primeira frequência natural da estrutura  $f_1$ , calculada em  $97,20Hz$ , o que pode ocasionar ressonância [7]. Uma alternativa para evitar esse fenômeno é a utilização de uma técnica de continuação. Essa técnica consiste em iniciar com um valor para frequência de excitação que é menor do que a primeira frequência natural da estrutura e, ao longo das iterações, aumentar esse valor até o valor desejado. Esse procedimento gera uma série de topologias

com valores crescentes tanto para a primeira frequência natural como para as rigidezes estática e dinâmica e, com isso, evita automaticamente a ressonância [8,9].

A Figura 2 mostra o resultado topológico ótimo referente às simulações 1, 2 e 3. As topologias obtidas estão bem definidas e as configurações do tipo tabuleiro de xadrez não foram identificadas nos resultados.

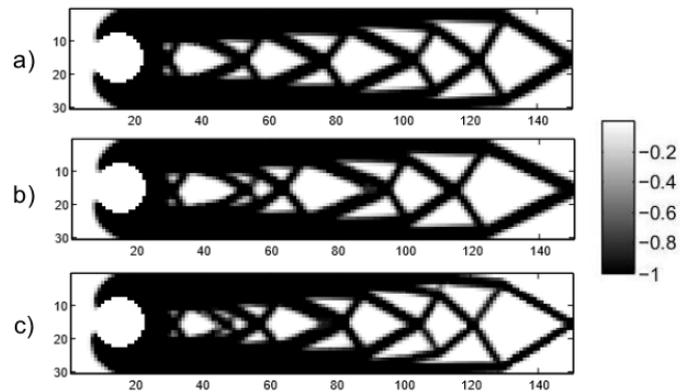


Figura 2: Resultados topológicos. a) Simulação 1 correspondente a uma frequência de excitação de  $0Hz$ . b) Simulação 2 correspondente a uma frequência de excitação de  $50Hz$ . c) Simulação 3 correspondente a uma frequência de excitação de  $110Hz$ .

A Figura 3 ilustra a alteração da primeira frequência natural da estrutura nas três simulações. Na simulação 3, Figura 3 c), que possui um valor de  $\omega_c = 110Hz$ , utilizou-se a técnica de continuação, iniciando com  $\omega_c = 78Hz$  e a partir da sexta iteração, adotou-se  $\omega_c = 110Hz$ .

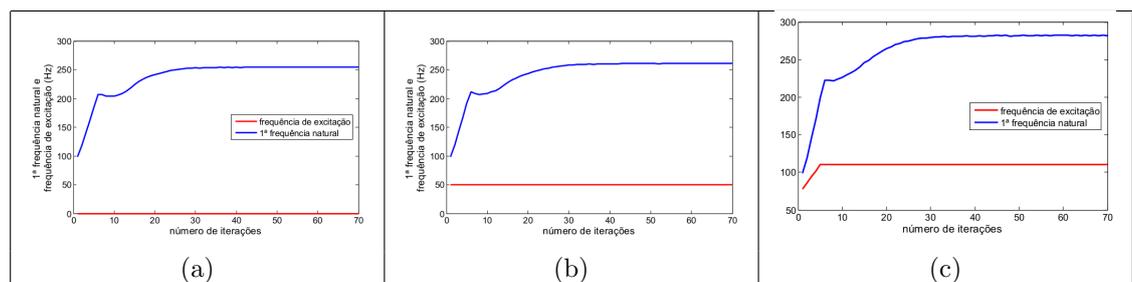


Figura 3: Comportamento da primeira frequência natural ao longo das iterações: a) Simulação 1, com frequência de excitação de  $0Hz$ , b) Simulação 2 com frequência de excitação de  $50Hz$ , c) Simulação 3 com frequência de excitação de  $110Hz$ .

Na Tabela 3 consta a comparação entre as três simulações realizadas, com referência aos resultados obtidos da flexibilidade e a alteração da primeira frequência natural.

Tabela 3: Resultados das simulações 1, 2 e 3.

Simulação	$\omega_c$	Flexibilidade inicial ( $N/m$ )	Flexibilidade final ( $N/m$ )	$f_1$ inicial ( $Hz$ )	$f_1$ final ( $Hz$ )
<b>1</b>	0	350,76	70,26	98,81	254,86
<b>2</b>	50	684,21	72,68	98,81	261,40
<b>3</b>	110	3.379,28	84,96	98,81	282,04

A partir dos resultados obtidos, observa-se que o processo de otimização topológica dirige as frequências naturais da estrutura para valores que estão afastados da frequência de excitação [4] isso evita a ressonância e reduz o nível de vibração da estrutura [8, 9].

## 4 Conclusões

A eficiência e a diminuição no consumo de energia são questões relevantes no projeto de robôs industriais. Para reduzir o consumo de energia, técnicas de otimização estrutural vem sendo aplicadas a fim de se obter uma estrutura mais leve. Entretanto, uma diminuição no peso, pode resultar em uma estrutura mais flexível e, assim, ser mais suscetível a vibrações durante a execução de tarefas [11]. Uma alternativa para resolver complicações como estas é a adoção de métodos de OT. Portanto, nesse trabalho, buscou-se aplicar a OT para encontrar a melhor distribuição de material, com restrição de volume, em um braço robótico flexível, visando obter uma estrutura mais leve e que atenda ao critério estabelecido no problema.

Nas simulações numéricas realizadas, obteve-se a estabilidade numérica da flexibilidade dinâmica e, assim como previsto, o processo de OT conduziu a primeira frequência natural da estrutura para valores que estão afastados da frequência de excitação, evitando a ressonância e reduzindo as amplitudes de vibração da estrutura. Os resultados mostram que as topologias ótimas são sensíveis às frequências de excitação [13]. Esse fato implica que a topologia ótima no caso estático não é ótima no caso dinâmico [6] e diferentes frequências de excitação conduzem a diferentes resultados topológicos. A topologia encontrada está de acordo com trabalhos similares desenvolvidos na literatura, com destaque para os trabalhos apresentados em [11], que mostra o resultado topológico da minimização da flexibilidade de um manipulador flexível com dois braços considerando o movimento da estrutura seguindo uma determinada trajetória e em [6] e [10], é mostrado o resultado topológico da minimização da flexibilidade dinâmica de uma viga engastada sujeita a uma excitação de frequência aplicada na extremidade.

## Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES pelo apoio financeiro.

## Referências

- [1] M. Beekers. Topology optimization using a dual method with discrete variables. *Structural Optimization*, 17:14–24, 1999.
- [2] M. P. Bendsoe and N. Kikuchi. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 71:197–224, 1988.
- [3] M. P. Bendsoe and O. Sigmund. *Topology optimization: Theory, Methods and Applications*. Springer, Berlin ; Heidelberg ; New York ; Barcelona ; Hong Kong ; London ; Milan ; Paris ; Tokyo, 2003.
- [4] C. S. Jog. Topology design of structures subjected to periodic loading. *Journal of Sound and Vibration*, 253:687–709, 2002.
- [5] H. Liu, W. Zhang, and T. Gao. A comparative study of dynamic analysis methods for structural topology optimization under harmonic force excitations. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 51:1321–1333, 2015.
- [6] Z. D. Ma, N. Kikuchi, and H. C. Cheng. Topological design for vibrating structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 121:259–280, 1995.
- [7] Z. D. Ma, N. Kikuchi, and I. Hagiwara. Structural topology and shape optimization for a frequency response problem. *Computational Mechanics*, 13:157–174, 1993.
- [8] N. Olhoff and J. Du. Topological design of continuum structures subjected to forced vibration. In *VI World Congresses of Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2005.
- [9] N. Olhoff and J. Du. Topological design for minimum dynamic compliance of structures under forced vibration. In *Topology Optimization in Structural and Continuum Mechanics*, volume 549, pages 325–339. 2014.
- [10] E. C. B. Porto. Método da homogeneização aplicado à otimização estrutural topológica. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas/SP, 2006.
- [11] R. Seifried, A. Moghadasi, and A. Held. Analysis of design uncertainties in structurally optimized lightweight machines. *Procedia IUTAM*, 13:71–81, 2015.
- [12] O. Sigmund. A 99 line topology optimization code written in matlab. *Structural Multidisciplinary Optimization*, 21:120–127, 2001.
- [13] X. Xue, G. Li, Y. Xiong, and J. Gong. Power flow response based dynamic topology optimization of bi-material plate structures. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 26:620–628, 2013.