

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## Comportamento Efetivo de Compósitos Microperiódicos via Homogeneização Assintótica e Cotas Variacionais

Roberto Martins da Silva Décio Júnior<sup>1</sup>

Licenciatura em Matemática, UFPel, Pelotas, RS

Leslie Darien Pérez-Fernández<sup>2</sup>

Instituto de Física e Matemática, UFPel, Pelotas, RS

Julián Bravo-Castillero<sup>3</sup>

Faculdade de Matemática e Computação, Universidade de Havana, Cuba

### 1 Introdução

Compósitos são materiais heterogêneos formados pela combinação de dois ou mais materiais homogêneos numa escala de distribuição chamada microscópica que, simultaneamente, é muito maior que a escala molecular e muito menor que a escala macroscópica. Tal característica torna possível considerar estes compósitos como domínios contínuos e assim atribuir-lhes propriedades efetivas (ou macroscópicas). Atualmente, os compósitos apresentam inúmeras aplicações na ciência e na tecnologia, em diversas áreas, entre elas: construção civil, artigos esportivos, bioengenharia, petroquímica, automobilística, entre outras, e sendo assim, é fundamental o estudo de suas propriedades físicas.

O comportamento físico destes materiais é, geralmente, modelado através de problemas de valores iniciais e de contorno, cujas equações diferenciais apresentam coeficientes rapidamente oscilantes devido à escala de distribuição das fases constituintes do compósito. Assim, a aplicação direta de métodos numéricos conhecidos (como os métodos de elementos finitos, diferenças finitas e volumes finitos) exigirá uma discretização do domínio tão fina quanto a escala de distribuição das fases, o que gera um alto custo computacional para a maioria dos problemas práticos. Uma alternativa para este problema é o Método de Homogeneização Assintótica (MHA) [1], onde considera-se para o problema uma solução assintótica formal na forma de uma série de potências de um parâmetro pequeno da escala de distribuição, a qual, quando aplicada no problema original, gera uma sequência recorrente de problemas cujo limite é o modelo de um material homogêneo equivalente, ou seja, um problema de valores iniciais e de contorno com coeficientes constantes, onde a aplicação de métodos numéricos será, evidentemente, menos custosa.

Outra forma de avaliar este comportamento efetivo é determinando-se cotas variacionais através de Princípios de Mínima Energia que compõem a formulação variacional do

---

<sup>1</sup>roberto.decio.jr@gmail.com

<sup>2</sup>leslie.fernandez@ufpel.edu.br

<sup>3</sup>jbravo@matcom.uh.cu

problema. Em [2], tem-se uma metodologia adaptada para materiais compósitos, onde utiliza-se um potencial de comparação correspondente a um meio linear homogêneo, ideia introduzida em [3] para estimar cotas para a energia efetiva. Tais cotas podem auxiliar também como uma ferramenta de controle dos resultados obtidos para o comportamento efetivo via MHA.

Em suma, neste trabalho serão estudados casos de compósitos bifásicos unidimensionais não lineares, onde além da determinação da lei efetiva via MHA e subsequente controle com as cotas variacionais, serão avaliados aspectos numéricos destas aplicações.

## 2 Análise dos resultados

O caso de não linearidade foi estudado através de um compósito com uma fase cujo fluxo é de tipo potencial. Observou-se a eficiência das cotas como controladoras da lei do comportamento efetivo obtida via o MHA, entretanto, a cota superior não forneceu um controle muito exato por não apresentar uma aproximação satisfatória da lei efetiva. No outro caso, agora com um compósito linear, verificou-se, como esperado, que o esforço computacional exigido foi muito menor no problema homogeneizado em ambos os casos, mas, além disso, o caráter rapidamente oscilante do problema original comprometeu a convergência do método numérico não sendo possível resolvê-lo diretamente.

## 3 Conclusões

Até o presente momento, conclui-se que a Homogeneização Assintótica fornece aproximações satisfatórias para o comportamento efetivo de um compósito, entretanto, é necessário ainda ajustar a cota superior para se ter um controle mais eficiente. Além disso, o caráter rapidamente oscilante do problema original, além de ser mais custoso computacionalmente, pode até comprometer a convergência do método numérico utilizado.

## Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio do projeto CAPES No. 88881.030424/2013-01.

## Referências

- [1] N. S. Bakhvalov, G. P. Panasenko. *Homogenization: Averaging process in periodic media..* Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1989.
- [2] M. A. Peigney, A Pattern-based Method for Bounding the Effective Response of a Nonlinear Composite., *Jour. Mech. Phys. Sol.*, 2005. DOI: 10.1016/j.jmps.2004.11.001.
- [3] P. Ponte-Castaneda, The effective mechanical properties of nonlinear isotropic solids, *Jour. Mech. Phys. Sol.*, 1991. DOI: 10.1016/0022-5096(91)90030-R.