Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, v. 6, n. 1, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVII CNMAC, S.J. dos Campos - SP, 2017.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Programação Estocástica na Modelagem de Problemas de Otimização Linear

Geovana Aparecida França dos Santos[1]
Acadêmica do curso de Matemática da UNESPAR, Campo Mourão, PR
Solange Regina dos Santos[2]
Colegiado de Matemática, UNESPAR, Campo Mourão, PR

1 Introdução

Problemas de otimização são frequentemente tratados de forma determinística, assumindo que os parâmetros envolvidos na modelagem da função objetivo e das restrições são conhecidos com exatidão. No entanto, em situações práticas, que dão origem a esses problemas, tais parâmetros estão sujeitos a incertezas devido a erros de modelagem ou previsão.

Dessa forma, pesquisadores vêm desenvolvendo estudos destinados à resolução de problemas de programação sujeitos a incertezas. Dentre as abordagens existentes, destacam-se: a Programação Estocástica e a Otimização Robusta. De acordo com Bortolossi e Pagnoncelli (2006), a primeira abordagem consiste em determinar soluções admissíveis para todas as possíveis realizações das variáveis aleatórias que são parte da modelagem e cuja distribuição de probabilidade deve ser conhecida. Para Bertsimas e Sim (2004), na segunda abordagem as informações probabilísticas não são necessárias e assume-se ainda que as incertezas são descritas por meio de conjuntos limitados, geralmente convexos.

Conforme Alem e Morabito (2015), além de ser a técnica mais utilizada em problemas de otimização sob incertezas, a Programação Estocástica é bastante versátil na incorporação de medidas de risco e na escolha dos estágios das variáveis de decisão, mas pode gerar modelos intratáveis se o número de cenários for muito grande. Já a Otimização Robusta não utiliza cenários na descrição dos parâmetros incertos e gera modelos de mesma complexidade computacional que as versões determinísticas quando conjuntos de incerteza poliédricos são usados, porém exige a garantia de soluções ótimas para assegurar importantes propriedades teóricas. Como o problema estudado apresenta uma quantidade pequena de cenários, optamos pela abordagem estocástica.

Ademais, neste trabalho estamos particularmente interessados em aplicar a abordagem da Programação Estocástica de dois estágios com recurso na resolução de problemas de otimização linear sujeito a incertezas. O objetivo da Programação Estocástica é determinar

[1]geovanaafs@gmail.com
[2]solaregina@gmail.com

alguma política admissível para cada cenário, ou seja, para todos os possíveis valores das realizações das variáveis aleatórias, de forma a otimizar algum funcional que depende das variáveis aleatórias.

2 Programação estocástica

Em várias aplicações, como por exemplo Mulvey et al. (1995), é comum representar as variáveis aleatórias em algum espaço de probabilidade $(\Omega, \mathcal{F}, \Pi)$, em que Ω é o conjunto de possíveis estados da natureza (sendo que a realização genérica da variável aleatória é denotada por w) equipado com uma $\sigma -$ álgebra de eventos $\mathcal{F}$ e com uma medida de probabilidade Π. O modelo geral linear de dois estágios com recurso pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\begin{array}{ll} \textbf{minimizar} & \mathrm{c}^T x + \mathbb{E}\left[\min q\left(\omega\right)^T y\left(\omega\right)\right] \\ \textbf{sujeito a} & Ax = b \\ & \mathrm{T}(\omega)\, x + W\left(\omega\right) y\left(\omega\right) \geq h\left(\omega\right) \\ & x, y\left(\omega\right) \geq 0. \end{array} \tag{1}$$

No modelo (1), c, A e b são parâmetros determinísticos e definem a parte determinística do vetor de custos, da matriz tecnológica e do termo independente, respectivamente. Para cada possível realização $\omega, q\left(\omega\right), T\left(\omega\right), W\left(\omega\right)$ e $h\left(\omega\right)$ definem, nessa ordem, os parâmetros estocásticos referentes ao custo, à matriz tecnológica, à matriz de recursos e ao termo independente. Além disso, x é a variável de decisão de primeiro estágio e $y\left(\omega\right)$ define a variável de decisão de segundo estágio, como função da realização ω.

Inicialmente, são determinadas as decisões de primeiro estágio na presença de incertezas. No segundo estágio, as realizações ω tornam-se conhecidas e as ações corretivas $y\left(\omega\right)$ podem ser tomadas para remediar as decisões de primeiro estágio. As decisões de primeiro estágio são escolhidas, entretanto, levando em consideração seus efeitos futuros, os quais são medidos pela função recurso $Q\left(\omega\right)$. Uma importante restrição dessa metodologia é a suposição de que a distribuição de probabilidade dos dados é conhecida e não depende da decisão tomada (ALEM e MORABITO, 2015).

Referências

[1] D. Alem e R. Morabito. Planejamento da produção sob incerteza: programação estocástica versus otimização robusta. *Gestão da Produção*, vol. 22, n. 3, 539-551, (2015).

[2] D. Bertsimas and M. Sim. The price of robustness. *Operations Research.* vol. 52, n. 1, 35-53, (2004).

[3] H. J. Bortolossi e B. K. Pagnoncelli. Uma introdução à otimização sob incerteza. III Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática. Universidade Federal de Goiás, (2006).