

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Determinação dos coeficientes de Desoxigenação k_1 e Reoxigenação k_2 do rio Lageado da Divisa

Acacio Neckel¹

Curso de Matemática Licenciatura Plena, UFFS, Chapecó, SC

Janice Teresinha Reichert²

Curso de Matemática Licenciatura Plena, UFFS, Chapecó, SC

1 Introdução

O presente trabalho apresenta uma pesquisa no Rio Lageado da Divisa, localizado na fronteira oeste da Universidade Federal Fronteira Sul, no município de Chapecó, Estado de Santa Catarina. O objetivo do estudo visa determinar os coeficientes k_1 e k_2 com os dados retirados em determinado ponto do rio, são eles: Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO), Oxigênio Dissolvido (OD), Vazão (Q), Concentração de Oxigênio e Temperatura da Água. Para determinar os parâmetros utilizará as equações do modelo de autodepuração de Streeter-Phelps.

2 Desenvolvimento

O valor encontrado para o coeficiente de desoxigenação (k_1) do rio, está relacionado com fontes poluidoras despejadas na água, este pode ser determinado através de análise em laboratório, ou com dados do rio. O coeficiente de reoxigenação (k_2) está relacionado com a capacidade de autodepuração do rio, também pode ser determinado através dos dados do rio.

Para analisar estes parâmetros, serão utilizados as equações do modelo de autodepuração de Streeter-Phelps (1925) [2]. De acordo com o modelo, a taxa de decomposição da matéria orgânica é proporcional à concentração de matéria orgânica presente em um determinado instante de tempo (1a) esta reação provoca um consumo de OD, que ocorre simultaneamente com a reação de reoxigenação do rio, por meio de reações exógenas, o oxigênio passa da atmosfera para a água, modelada pela equação (1b):

$$\frac{dL}{dt} = -k_1 L. \quad (a) \quad \frac{dL}{dt} = -k_2 D. \quad (b) \quad (1)$$

Temos uma equação diferencial ordinária cuja solução de (1a) é:

¹acacio.neckel@gmail.com

²janice.reichert@uffs.edu.br

$$L = L_0 e^{-k_1 t} \quad (2)$$

Onde: L = DBO remanescente em determinado tempo em (mg/l), L_0 = DBO no ponto de coleta em (mg/l), k_1 = coeficiente de desoxigenação em (dia^{-1}), t = tempo em dias.

Como (1a) e (1b) ocorrem ao mesmo tempo, a variação do déficit de oxigênio corresponde à soma dos efeitos de desoxigenação e reaeração:

$$\frac{dD}{dt} = k_1 L - k_2 D. \quad (3)$$

$$D(t) = \frac{k_1 L_0}{k_2 - k_1} (e^{-k_1 t} - e^{-k_2 t}) + D_0 e^{-k_2 t} \quad (4)$$

Resolvendo (3) e utilizando (2), encontra-se a solução (4) com: D = déficit de OD em função do tempo; D_0 = déficit inicial de OD do rio, k_2 coeficiente de reaeração dia^{-1} .

Para determinar a concentração de oxigênio na água, precisamos encontrar a Concentração de Saturação de OD, C_s , representada pela seguinte equação:

$$C_s = 14,652 - 4,1022T10^{-1} + 7,9910T^210^{-3} - 7,7774T^310^{-5} \quad (5)$$

T = temperatura da água em grau Celsius (°C).

Com isso, a concentração de oxigênio dependente do tempo $C(t)$ é dada pela diferença da concentração de saturação de OD com o déficit de oxigênio dissolvido:

$$C(t) = C_s - \frac{k_1 L_0}{k_2 - k_1} (e^{-k_1 t} - e^{-k_2 t}) + D_0 e^{-k_2 t} \quad (6)$$

Neste caso trata-se de um problema inverso, onde determinaremos o valor dos coeficientes k_1 e k_2 , através do método de procura em rede. Este método foi proposto por Cervi e Borges [1] e consiste em definir para cada parâmetro a ser estimado um intervalo com um valor mínimo e máximo que possivelmente contenha um valor ótimo do parâmetro considerado, construindo assim uma rede de intervalos. De posse desta rede o PD é resolvido com todas as combinações dos valores que compõem a rede fazendo a busca pelo menor erro, entende-se por menor erro a menor diferença entre o valor obtido pelo cálculo do PD e o valor coletado experimentalmente.

Referências

- [1] A. Cervi, Determinação dos parâmetros da equação características de solos através de técnicas de solução de problemas inversos com base em dados de evaporação. Dissertação de Mestrado em Modelagem Matemática, UNIJUÍ, (2009).
- [2] M. V. Sperling. *Estudo e Modelagem da Qualidade da Água dos Rios*. UFMG, Belo Horizonte, 2005.