Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, v. 6, n. 1, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVII CNMAC, S.J. dos Campos - SP, 2017.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

Aproximação de Funções Por Polinômios Trigonométricos e Aplicação em Sistemas Mecânicos Utilizando o GeoGebra

João Paulo de Freitas Gama[1]
Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica, UFRN, Natal, RN
Fabiana T. Santana[2]
Escola de Ciências e Tecnologia, UFRN, Natal, RN

1 Aproximação de Funções por Polinômios Trigonométricos

Neste trabalho utilizou-se alguns conceitos de Álgebra Linear, como produto interno, projeção ortogonal e processo de mínimos quadrados, para obter a melhor aproximação de uma função real f no espaço ortogonal W gerado pelas funções $\{1, cost, cos(2t), \ldots, cos(nt),$ $\ldots, sent, sen(2t), \ldots, sen(nt)\}$, [1]. Considerando $a_0 = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(t)dt$, $a_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(t)cos(nt)dt$, e $b_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(t)sen(nt)dt$, a aproximação obtida, dada na equação (1), coincide com a n-ésima soma parcial da série de Fourier da função f, [3].

$$F(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n} a_k cos(kt) + \sum_{k=1}^{n} b_k sen(kt) \tag{1}$$

2 Aplicação em Sistemas Mecânicos Utilizando o GeoGebra

O sistema mecânico conhecido por martelo de forjar, sob certas condições, é modelado pelo sistema massa mola $Mx" + Kx = f$, onde a força f atua sobre uma massa M com constante da mola igual a K. Se $f(t) = f_0cos(\omega t)$, então $x(t) = Acos(\omega t) + Bsen(\omega t) + (f_0cos(\omega_0 t))/(\omega^2 - \omega_0^2)$ é uma solução geral do sistema, onde $\omega = \sqrt{k/M}$ é a frequência natural e ω_0 é a frequência excitadora, [2].

Para os casos em que f não é combinação linear de senos e cossenos, utilizou-se o estudo feito anteriomente para obter $F \in W$, que é a melhor aproximação de f, dada pela equação (1), o que facilita a resolução da equação. Em particular, os cálculos e representações geométricas foram feitas no software GeoGebra para $f(t) = t^2 + \pi$, se $-\pi < t < 0$ e $f(t) = -t^2 + \pi$, se $0 \leq t < \pi$, como mostrado em seguida.

A função f foi definida com o comando "$f(x) = Se[-pi < x < 0, x^2 + pi, 0 <= x < pi, -x^2 + pi]$" e o efeito dinâmico no grau do polinômio foi obtido com o comando "controle

[1]defreitasgama11@gmail.com
[2]fabianatsantana@gmail.com

deslizante" denotado por k, fazendo n variar com k. O coeficiente $a_0 = \dfrac{1}{2L}\displaystyle\int_{-L}^{L} f(x)dx$ foi obtido com "a0 = (1/(2*pi)) * Integral[f, -pi, pi]", $a_k = \dfrac{1}{L}\displaystyle\int_{-L}^{L}(f(x)cos\frac{k\pi x}{L})dx$ com "lista1 = Sequência[(1/pi) * Integral[f*cos((n*pi*x)/pi),-pi, pi],n,1,k]" e $b_k = \dfrac{1}{L}\displaystyle\int_{-L}^{L}(f(x)sen\frac{k\pi x}{L})dx$ com "lista2 = Sequência[(1/pi) * Integral[f*sen((n*pi*x)/pi), -pi, pi],n,1,k]".

Em seguida, foram definidos os termos da soma que compõem a função F, dada na equação (1). O termo $g = \displaystyle\sum_{k=1}^{n}\left(a_k cos\frac{k\pi x}{L}\right)$ foi obtido com "g = Soma[Sequência[(1/pi) * Integral[f*cos((n*pi*x)/pi),-pi, pi]*cos((n*pi*x)/pi),n,1,k]]" e $h = \displaystyle\sum_{k=1}^{n}\left(b_k sen\frac{k\pi x}{L}\right)$ com "h=Soma[Sequência[(1/pi) * Integral[f*sen((n*pi*x)/pi), -pi, pi]*sen((n*pi*x)/pi),n,1,k]]". Por fim, a função F, que corresponde à melhor aproximação, foi definida com o comando "F = Função[a0+h+g,x,-pi,pi]".

Quanto maior for o grau n do polinômio, melhor é a aproximação F obtida. Na Figuras 1 e 2, pode-se ver os cálculos e a representação da aproximação por um polinômio de grau 2 e 18, respectivamente.

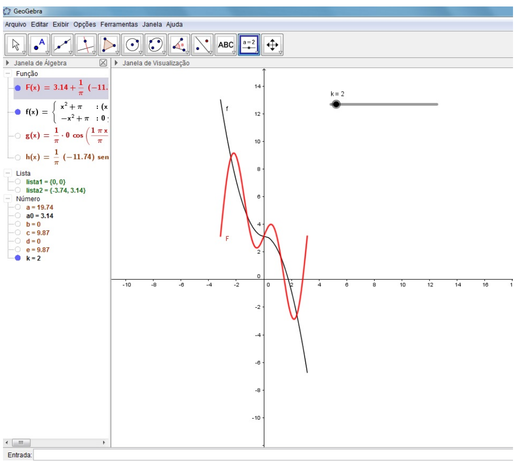

Figura 1: Aproximação com polinômio trigonométrico de grau 2.

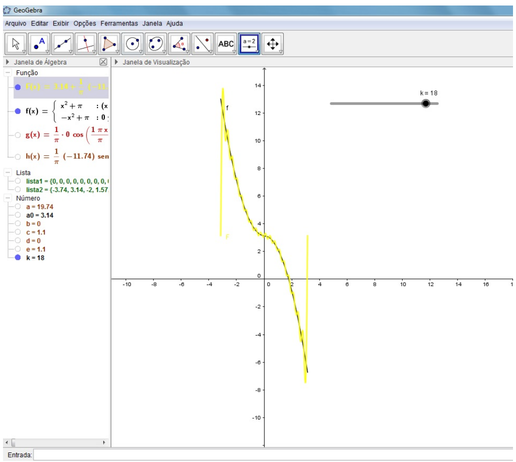

Figura 2: Aproximação com polinômio trigonométrico de grau 18.

Referências

[1] Anton, H.; Rorres, C. Álgebra linear com aplicações, Bookman, (2001).

[2] S.S.Rao, Marques , Arlete Simille; LIMA JUNIOR, José Juliano de. Vibrações mecânicas. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice-Hall, (2008).

[3] Zill, D. G.; Cullen, M. R. Equações Diferenciais, vol. 2, Makron Books, (2007).