Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, v. 6, n. 1, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVII CNMAC, S.J. dos Campos - SP, 2017.

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

# Otimização Linear e Aplicação do Problema de Transporte em uma Micro-cervejaria

Bruna Bruniera[1]
Glaucia M. Bressan[2]
Departamento Acadêmico de Matemática, UTFPR, Cornélio Procópio, PR

## 1 Introdução

Com os avanços computacionais e tecnológicos, bem como com o crescimento industrial do Brasil, as indústrias tem se tornado cada vez mais competitivas e estimulado o estudo de processos de otimização da produção e de serviços, como por exemplo, a minimização de custos. Neste contexto, o objetivo deste trabalho é estudar o Problema de Transporte [2], como um Problema de Programação Linear [1], e sua aplicação em uma situação real de uma micro-cervejaria da cidade de Araraquara, SP, a fim de minimizar os custos de transporte de produtos aos seus destinos, satisfazendo as demandas. Desta forma, com apoio computacional para a execução do Método Simplex [1, 2], a solução ótima pode ser obtida, auxiliando a tomada de decisão. Para fins de comparação, o algoritmo *branch and bound* [2], é aplicado para obtenção de uma solução inteira.

## 2 Aplicação do Problema de Transporte

Um estudo de caso foi desenvolvido em uma micro-cervejaria localizada no município de Araraquara, SP. Este estudo tem como objetivo minimizar o custo total de transporte de produtos provenientes das fontes de produção para os destinos, satisfazendo as demandas. A fábrica produz um total de 6000 $l$/mês, os quais são distribuídos para cinco destinos diferentes, sendo que 25% da produção são destinados para um restaurante localizado na própria cervejaria. Outros 25% da produção são destinados para locais da cidade de Araraquara, 30% para a cidade de São Paulo, 18% para a cidade de Ribeirão Preto e os outros 2% restantes, para outros destinos. A fábrica possui um total de oito tanques, que consistem nas fontes de produção, sendo que, destes, quatro tanques têm capacidade de 1000 litros e os outros quatro têm capacidade de 500 litros. Desse modo, o problema em estudo apresenta oito fontes de produção e cinco destinos. Todas as oito fontes podem produzir o mesmo tipo de cerveja, ou seja, todas os destinos podem receber a cerveja de qualquer uma das fontes.

[1]brunabruniera@hotmail.com - Aluna de Iniciação Científica
[2]galbressan@gmail.com

Os custos de transporte dos produtos das fontes para cada destino são obtidos com base nas distâncias percorridas para realizar o transporte. A formulação matemática do Problema de Transporte é descrita a seguir. As variáveis de decisão do problema são denotadas por $x_{ij}$ e representam a quantidade (em litros) de produto transportada da fonte de produção com índice $i(i = 1, \ldots, 8)$ para o destino $j(j = 1, \ldots, 5)$.

Minimizar $1x_{11} + 5x_{12} + 500x_{13} + 200x_{14} + 700x_{15} + 1x_{21} + 5x_{22} + 500x_{23} + 200x_{24} + 700x_{25} + 1x_{31} + 5x_{32} + 500x_{33} + 200x_{34} + 700x_{35} + 1x_{41} + 5x_{42} + 500x_{43} + 200x_{44} + 700x_{45} + 1x_{51} + 5x_{52} + 500x_{53} + 200x_{54} + 700x_{55} + 1x_{61} + 5x_{62} + 500x_{63} + 200x_{64} + 700x_{65} + 1x_{71} + 5x_{72} + 500x_{73} + 200x_{74} + 700x_{75} + 1x_{81} + 5x_{82} + 500x_{83} + 200x_{84} + 700x_{85}$

As restrições têm origem nos fatos de que cada fonte tem produção limitada (capacidade de produção) e cada destino tem demanda conhecida. Desta forma, são formulados dois conjuntos de restrições: um relativo à capacidade de produção das fontes e outro relativo à demanda dos destinos.

Restrições relativas à produção das fontes

Fonte 1: $x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} \leq 1000$ Fonte 5: $x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} \leq 500$
Fonte 2: $x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} \leq 1000$ Fonte 6: $x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} \leq 500$
Fonte 3: $x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} \leq 1000$ Fonte 7: $x_{71} + x_{72} + x_{73} + x_{74} + x_{75} \leq 500$
Fonte 4: $x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} \leq 1000$ Fonte 8: $x_{81} + x_{82} + x_{83} + x_{84} + x_{85} \leq 500$

Restrições relativas às demandas dos destinos

Destino 1: $x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{41} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} = 1500$
Destino 2: $x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} = 1500$
Destino 3: $x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} + x_{38} = 1800$
Destino 4: $x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} + x_{47} + x_{48} = 1080$
Destino 5: $x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{56} + x_{57} + x_{58} = 120$

Formulado o problema como um problema de programação linear, o método Simplex e o algoritmo *branch and bound* são aplicados para a obtenção da solução ótima, com apoio computacional do software LINDO (*Linear Interactive and Discrete Optimizer*). Ambos os métodos fornecem a mesma solução ótima: o custo mínimo para o transporte da produção é de R$ 1.209.000. A solução ótima apresenta os seguintes valores para as variáveis de decisão: $x_{11} = 1000$, $x_{23} = 1000$, $x_{34} = 880$, $x_{35} = 120$, $x_{42} = 800$, $x_{44} = 200$, $x_{52} = 500$, $x_{62} = 200$, $x_{63} = 300$, $x_{71} = 500$, $x_{83} = 500$. O Método Simplex e o algoritmo *branch and bound* alcançaram a solução ótima após 18 iterações.

Desta forma, conclui-se que se as demandas aumentarem e a capacidade de produção permanecer constante, a demanda não será satisfeita. Por outro lado, se as demandas diminuírem e a capacidade de produção permanecer constante, o valor da função objetivo é reduzido.

## Referências


[1] M. C. Goldbarg and H. P. L. Luna. *Otimização Combinatória e Programação Linear: modelos e algoritmos.* 2º Edição, Elsevier, Rio de Janeiro, 2005.

[2] G. Lachtermacher. *Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões.* Person Prentice Hall, São Paulo, 2009.