

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Matemática e Música: a Presença de Fractais em Composições de Vivaldi

Anyele Lima Araújo¹

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, São Paulo, SP

1 Características fractais e a técnica de Box-counting

Matemática e música são importantes no desenvolvimento científico e cultural de uma civilização: a primeira no que tange ao entendimento do mundo e no fornecimento de ferramentas computacionais para o cotidiano; a segunda, é uma célebre forma para o ser humano se expressar e construir registros de uma comunidade. Direcionando um olhar cuidadoso a essas duas ciências, notam-se afinidades entre elas.

Neste trabalho o estudo foi realizado de tal forma a perceber as relações entre duas peças compostas por Antonio Lucio Vivaldi (Outono e Concerto em Lá menor para dois violinos) e as características de um fractal. Para um objeto geométrico ser considerado um fractal é necessário que possua autossimilaridade, complexidade infinita e dimensão não inteira [3].

A estratégia utilizada para interpretar geometricamente as características de uma composição musical foi inicialmente a geometrização em um sistema coordenado das informações de trechos das partituras das obras escolhidas, ou seja, a tradução da linguagem musical para a linguagem gráfica, de maneira que não haja perda dos elementos básicos da música (tempo e altura). Posteriormente, foi utilizado o método Box-counting para o cálculo da dimensão fractal e da autossimilaridade, implementado em um algoritmo para Matlab.

Há outras técnicas de determinação da dimensão fractal, como massa-raio, análise da intersecção acumulativa e Dividers (ou Compass), mas de acordo com [2] os resultados obtidos pelo Box-counting são mais adequados, especialmente nesta situação em que a tarefa de construir um reticulado sobre a figura e contar os quadros por ela ocupados é bastante intuitivo.

A partir do procedimento descrito para o cálculo da dimensão fractal gerou dois gráficos: a Figura 1 indica a autossimilaridade do objeto analisado, a Figura 2 indica a dimensão fractal.

¹any.lima.a@hotmail.com

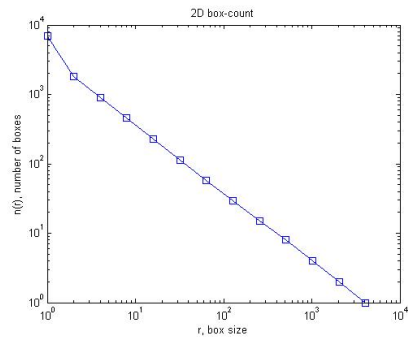


Figura 1: Outono.

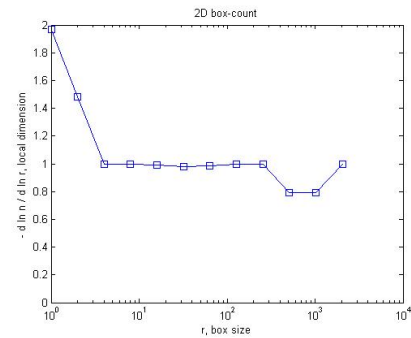


Figura 2: Concerto em Lá menor - violino 1.

2 Conclusões

Conforme [1] quanto mais próxima de uma reta a curva presente no primeiro tipo de gráfico mais autossimilar é o objeto de estudo, dessa maneira foi possível concluir que as duas peças são autossemelhantes. A autossemelhança, nesses casos, pode ser associada a um recurso musical chamado ritornelo, que consiste em repetir um trecho da música, em outras palavras, ritornelo pode ser entendido como o refrão da peça.

O outro gráfico, que indica a dimensão, mostrou que, para ambas as músicas, a dimensão fractal assume um valor em torno de 1 e tal resultado se distanciou das expectativas iniciais, pois esperava-se que a dimensão ficasse entre dois números inteiros. Para averiguar o porquê desse resultado inesperado, foram inserido no software os dados ora como pontos (discretizados), ora como imagens (poligonais). Em vista das discrepâncias dos valores obtidos, não foi possível afirmar que as obras possuem essa ou aquela dimensão, carecendo de novas pesquisas para explorar essa divergência.

Por fim, levando em conta a complexidade infinita dos fractais, pode-se associar a harmonia presente no Concerto em Lá menor com essa característica. Na obra de Vivaldi, quando executada em conjunto, é possível perceber momentos em que o primeiro violino se sobressai e outros em que é o segundo violino que tem papel protagonista. Essa analogia só é possível ser feita para uma das peças escolhidas, pois é preciso ao menos dois instrumentos para observar essa superposição de melodias.

Referências

- [1] L. M. Alves. Métodos para determinação das dimensões de um objeto na geometria fractal, 1998.
- [2] A. R. Backes e O. M. Bruno. Técnicas de Estimativa da Dimensão Fractal: Um Estudo Comparativo, 2005.
- [3] R. M. Barbosa. Descobrimdo a Geometria Fractal: para a sala de aula, 2005.