Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, v. 6, n. 1, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVII CNMAC, S.J. dos Campos - SP, 2017.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Códigos Matriciais Unidimensionais e Bidimensionais

Débora Beatriz Claro Zanitti[1]
Universidade Estadual Paulista (UNESP), Campus Experimental de São João da Boa Vista, SP
Cintya Wink de Oliveira Benedito[2]
Universidade Estadual Paulista (UNESP), Campus Experimental de São João da Boa Vista, SP

1 Introdução

Um código corretor de erros é, em essência, um modo organizado de acrescentar algum dado adicional a cada informação que se queira transmitir ou armazenar e, que permita, ao recuperar a informação, detectar e corrigir erros, [1]. Códigos corretores de erros na forma matricial podem ser construídos utilizando códigos de paridade simples. Códigos obtidos desta forma podem ser aplicados em sistemas de comunicação e em sistemas de armazenamento de informação, como por exemplo, gravação magnética [2].

Nosso objetivo neste trabalho é apresentar um estudo sobre códigos matriciais unidimensionais e bidimensionais visando aplicá-los em correção de erros.

2 Códigos Matriciais

Considere o corpo finito $\mathbb{F}_2 = \{0, 1\}$. Dizemos que $\mathcal{C} \subset \mathbb{F}_2^n$ é um $(n; k)$ código linear sobre $\mathbb{F}_2$ se $\mathcal{C}$ for um sub-espaço vetorial de dimensão k de $\mathbb{F}_2^n$. A dimensão k de $\mathcal{C}$ é definida da maneira usual, como o número de elementos de uma base. E, o comprimento n do código é o comprimento de suas palavras-código, [3].

Um exemplo importante de códigos lineares binários são os códigos de paridade simples $(n, n-1)$, onde cada palavra código consiste de $n-1$ bits de informação e um bit de verificação de paridade. Seja $u = (u_0, u_1, \cdots, u_{n-2})$ uma mensagem a ser codificada. Então um bit simples de paridade c é adicionado para formar a palavra código $v = (c, u_0, u_1, \cdots, u_{n-2})$. Este bit é simplesmente a soma módulo 2 dos $n-1$ bits de informação, ou seja,

$$c = u_0 + u_1 + \cdots + u_{n-2}.$$

Este tipo de código pode detectar qualquer número ímpar de erros na palavra-código. Um código matricial unidimensional é um código de paridade simples.

[1]bia.zanitti@hotmail.com
[2]cintyawink@gmail.com

Exemplo 2.1. *As matrizes G_1 e G_2 abaixo são matrizes geradoras de códigos matriciais de paridade simples nas linhas e nas colunas, respectivamente.*

$$G_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \; ; \; G_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Agora, seja C_1 um código de paridade simples (n_1, k_1) e C_2 um código de paridade simples (n_2, k_2). Um matricial bidimensional $(n_1 n_2, (n_1 - 1)(n_2 - 1))$, consiste de códigos matriciais com paridade simples nas linhas e nas colunas. Este código possui $n_1 n_2$ símbolos que podem ser obtidos por uma matriz retangular de n_1 colunas e n_2 linhas, em que cada linha é uma palavra-código em C_1 e cada coluna é uma palavra-código em C_2. Códigos matriciais bidimensionais tem a capacidade de correção de 1 erro e de detecção de até 3 erros.

Exemplo 2.2. *Considere a seguinte palavra-código do código matricial bidimensional* $(25, 16)$.

0	1	0	1	0
1	1	0	1	1
0	0	0	0	0
1	1	1	1	0
0	1	1	1	1

As matrizes abaixo demonstram exemplos de detecção de 1, 2 e 3 erros, respectivamente. Observe que no caso de 1 erro, as duas equações de paridade, de linha e coluna, que verificam o dígito errado, falham e por isto torna-se possível localizá-lo e corrigi-lo.

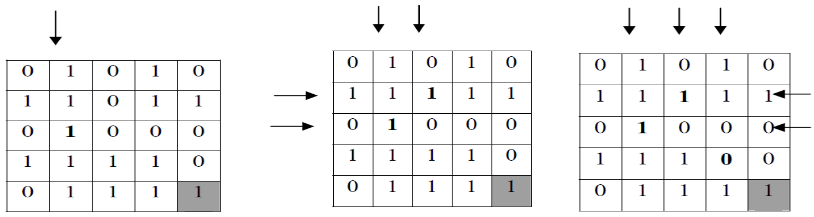

Figura 1: 1 erro; 2 erros; 3 erros.

Já no caso de dois erros, temos que quatro equações de paridade falham e não é possível a localização dos dois erros com exatidão. Para três erros ou mais nem sempre é possível identificar a presença de todos eles.

Referências

[1] H. Abramo. *Códigos Corretores de Erros.* (Coleção Matemática Universitária), Rio de Janeiro, 2002.

[2] W. P. S. Guimarães. Códigos corretores de erros para gravação magnética. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, UFPE, 2003.

[3] W. E. Ryan, S. Lin. *Channel codes: Classical and modern.* Cambridge University Press, 2009.