

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

## Estudo do Escoamento Viscoso entre Dois Tubos Simulando Selo de Máquinas Rotativas

Israel Machado<sup>1</sup>

Thiago Ritto<sup>2</sup>

Departamento de Engenharia Mecânica, UFRJ

Rafael Mendes<sup>3</sup>

Juliana Valério<sup>4</sup>

Departamento de Ciência da Computação, UFRJ

Para a melhor escolha dos parâmetros geométricos de máquinas rotativas, é importante um estudo da interação fluido-máquina e conseqüentemente a determinação das propriedades do fluido. Tais máquinas são compostas, em geral, por um tubo externo chamado estator e um tubo interno chamado rotor. Ambos tubos podem ter geometrias variadas. Usando metodologias empregadas em [3] é possível simplificar as equações que governam a dinâmica dos fluidos dentro do espaço anular entre os elementos e resolvê-las utilizando o método das diferenças finitas para geometrias que aparecem em selos de máquinas de fluxo, gerando assim um campo de pressão. A vantagem dessas simplificações é um grande ganho computacional. Os fluidos são governados pelas equações (1).

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad e \quad \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}) = -\nabla p + \mu(\nabla^2 \mathbf{u}). \quad (1)$$

onde as incógnitas são o vetor velocidade  $\mathbf{u} = (u \ v \ w)^T$  e a pressão  $p$ . E  $\rho$  e  $\mu$  são a densidade e viscosidade do fluido respectivamente.

Assim como em [3], a ordem de grandeza do comprimento do selo, do raio do rotor e do raio do estator são muito maiores que a ordem de grandeza da folga entre eles, sabendo disso, podemos usar a teoria da lubrificação e utilizando análise dimensional, podemos eliminar alguns termos nessas equações. Porque o fluxo principal é na direção axial, a velocidade na direção radial é muito menor que nas outras direções  $v \ll u, w$ . Além disso, as derivadas dos componentes da velocidade na direção radial são muito maiores que nas outras direções  $\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \gg \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial w^2}$  e  $\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \gg \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}, \frac{\partial^2 w}{\partial w^2}$ .

Assim, depois das simplificações as equações (1) se tornam:

$$\rho g_z - \frac{\partial}{\partial z} + \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] = 0; \quad -\frac{\partial p}{\partial r} = 0;$$

<sup>1</sup>israelmachado@poli.ufrj.br

<sup>2</sup>tritto@poli.ufrj.br

<sup>3</sup>mendesrafa.c@gmail.com

<sup>4</sup>juvianna@dcc.ufrj.br

$$\mu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial(rw)}{\partial r} \right) \right] - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} = 0 \quad (2)$$

Nesse caso, a pressão tem somente dependência axial e azimutal,  $p = p(z, \theta)$ . Integrando essas equações conseguimos determinar analiticamente os campos de velocidade  $v$  e  $w$ , em função das condições de contorno. Podemos concatenar essas velocidades usando a equação da continuidade e assim gerar uma equação que tem como incógnita a pressão  $p$ , como feito em [3] e [1]. Assim resolvemos numericamente abrindo o domínio e transformando-o em uma malha retangular que conserva a curvatura pelo fato de usarmos coordenadas cilíndricas. Com isso temos o campo de pressão em rotores de diferentes geometrias. Também foram consideradas excentricidades na posição do rotor. As equações foram resolvida para várias geometrias de rotores como rotor reto, piramidal, senoidal e em forma de onda quadrada. O programa foi validado usando a equação analítica de vazão encontrada em [2]. As geometrias foram escolhidas por serem formatos comuns de selos. Abaixo temos o resultado da pressão ao longo do eixo para o caso do rotor onda quadrada, essa geometria foi obtida usando uma série de Fourier. O fluido de trabalho é a água com  $\mu = 10^{-3} Pa.s$  e  $\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$ .  $L$  é o comprimento do tubo que no nosso caso tem 1m. A malha escolhida tem 100 nós na direção axial e 41 na azimutal.

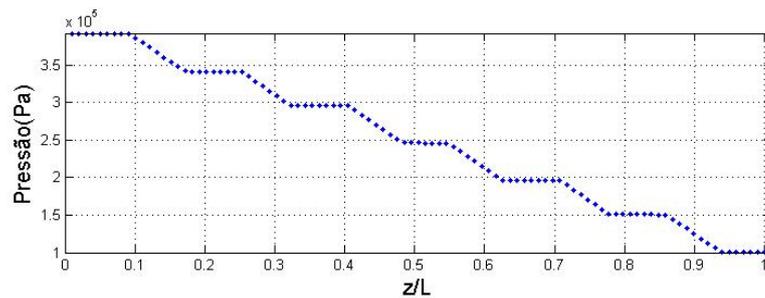


Figura 1: Pressão na direção axial para rotor de onda quadrada

## Referências

- [1] S. F. A. Andrade, Modelo Assintótico para Escoamento Monofásico em Bomba de Cavidades Progressivas, Dissertação de mestrado em engenharia mecânica, PUC Rio, (2008).
- [2] R. B. Bird, W. E. S.; Lightfoot, E. N.. *Transport Phenomena*. John Wiley Sons Inc., New York, 1960.
- [3] E. P. F. Pina, M. S. Carvalho, Three-Dimensional Flow of a Newtonian Liquid Through an Annular Space with Axially Varying Eccentricity, *Journal of fluids engineering*, 128:2-3, 2006. DOI:10.1115/1.2170126.