Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, v. 6, n. 1, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVII CNMAC, S.J. dos Campos - SP, 2017.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Erros na Execução do Método de Eliminação de Gauss

Jeneson Medeiros de Aquino Sales[1]
Tiago Mateus Pereira Gonçalves[2]
Matheus da Silva Menezes[3]
Ivan Mezzomo[4]
Centro de Ciências Exatas e Naturais, UFERSA, Mossoró, RN

De freios ABS (Anti-lock Breaking System) a simulações de aviões em pleno voo: a resolução de sistemas de equações lineares através de métodos numéricos tem aplicações práticas nos mais diversos campos da ciência e engenharia. Esses métodos numéricos dividem-se em diretos e iterativos [1]. Os métodos diretos, nos dariam a solução exata para o sistema se não houvessem os erros de arredondamento e/ou truncamento, como é o caso do método de eliminação de Gauss, que consiste em aplicar uma série de operações elementares em um sistema linear, com matriz de coeficientes quadrada, para o transformar em um sistema triangular superior que possui resolução trivial, preservando as mesmas soluções originais [2].

Contudo, os cálculos aritméticos dessa série de operações elementares que constituem a fase de eliminação do método de Gauss, estão sujeitos à limitações de mantissas e tipo de dados. Em sua execução, percebe-se que alguns elementos abaixo da diagonal principal que deviam ser zero, nem sempre o são, tornando-se na maioria das vezes em valores muitos próximos de zero porém diferentes do mesmo. Esse trabalho tem como objetivo verificar esses erros obtidos a partir das operações matemáticas realizadas durante o escalonamento. Esses erros estão relacionados com a mantissa do sistema e também em como o erro é tratado, se através de arredondamento ou truncamento.

Com o objetivo de verificar esta hipótese, efetuou-se a implementação do método de escalonamento de Gauss na linguagem C++, considerando a utilização de três tipos de variáveis (*float, double e long double*), visando analisar o impacto da escolha do tipo de variável no resultado final. O computador utilizado possui processador Intel Core i3, 4GB de RAM e sistema operacional Ubuntu 14.02. Os parâmetros de análise são: **(a)** o maior elemento abaixo da diagonal principal, a fim de verificar o maior erro absoluto cometido, denotado por E_{abs} na Tabela 2; **(b)** A razão entre a quantidade de elementos nulos e o total de elementos abaixo da diagonal principal, indicando assim o percentual de elementos que não foram zerados e, denotado por **grau** na Tabela 2 ; **(c)** o tempo de processamento, em segundos, que o método de Gauss utilizou para escalonar a matriz, analisando assim qual o impacto do tipo de dado na velocidade do método, denotado por $\mathbf{t(s)}$ na Tabela

[1]jenesonsales@gmail.com
[2]tiagomateuspg@gmail.com
[3]matheus@ufersa.edu.br
[4]imezzomo@ufersa.edu.br

2. Os casos de teste foram retirados do repositório matriz market, disponível em [3], e possuem características distintas, que são detalhadas na tabela 1, enquantos os resultados dos experimentos realizados estão apresentados na tabela 2.

Tabela 1: Características dos problemas utilizados nos testes

Nome	Tamanho	Diag. Dominante	Tipo de Matriz	Esparso
BCSSTK13	2003x2003	Não	real simétrica definida positiva	Não
IMPCOL A	207x207	Não	real não-simétrica	Não
FS 183 1	183x183	Não	real não-simétrica	Não
NNC1374	1374x1374	Não	real não-simétrica	Não

Tabela 2: Resultado das simulações realizadas

Problema	E_{abs}	Grau	T(s)	tipo de dado
bcsstk13	7.51×10^{-3}	0.192	$84,18$	*float*
	2.04×10^{-4}	0.044	$90,02$	*double*
	1.92×10^{-322}	0.043	$102,52$	*long double*
Fs 183 1	1.25×10^{-1}	0.656	$0,1965$	*float*
	1.08×10^{-1}	0.279	$0,2240$	*double*
	1.92×10^{-322}	0.279	$0,2001$	*long double*
impcol a	5.96×10^{-8}	0.9568	$0,2441$	*float*
	9.54×10^{-7}	0.8790	$0,2498$	*double*
	1.92×10^{-322}	0.8790	$0,2499$	*long double*
NNC1374	5.71×10^{-5}	0.6096	$28,21$	*float*
	2.37×10^{-5}	0.5166	$30,42$	*double*
	1.92×10^{-322}	0.5166	$32,68$	*long double*

A partir dos resultados encontrados, é possível perceber que quanto maior é a amplitude e precisão da mantissa do número considerado, mais casas decimais são levadas em consideração e consequentemente o erro obtido a partir das operações matemáticas é menor, pois permite que os elementos se aproximem mais do zero, diminuindo assim o impacto dos erros em cascata, porém, a um custo de maior tempo de processamento. Estes resultados são importantes pois inferem a reflexão de que é necessário definir com responsabilidade os tipos de variável utilizados nos métodos para obter um resultado com o menor erro possível e que assim, reflita com mais acurácia a realidade dos experimentos.

Referências

[1] R. L. Burden and D. Faires. *Análise Numérica.* Cengage, São Paulo, 2008.

[2] S. Chapra. *Métodos Numéricos Aplicados com MATLAB para Engenheiros e Cientistas.* 3 ed., Porto Alegre, Bookman, 2013.

[3] *Matrix market. Service of the Mathematical and Computational Sciences Division / Information Technology Laboratory / National Institute of Standards and Technology.* http://math.nist.gov/MatrixMarket/. Acesso em 15 de março de 2017, 22h.