Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, v. 6, n. 1, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVII CNMAC, S.J. dos Campos - SP, 2017.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Métodos Numéricos Aplicados à Resolução de Sistemas Lineares

Rafael Gonçalves Silva[1]
Instituto de ciência e Tecnologia, Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia, UNIFAL-MG, Poços de Caldas, MG
Mayk Coelho[2]
Instituto de Ciência e Tecnologia, UNIFAL-MG, Poços de Caldas, MG

1 Resumo

Cerca de 75% de todos os problemas matemáticos encontrados em aplicações científicas e industriais envolvem a resolução de um sistema linear em algum estágio [1]. Há dois tipos de métodos numéricos de resolução de sistemas lineares: os diretos e os iterativos. Não se pode garantir qual tipo de método é mais eficiente, pois a escolha depende de uma análise das características da matriz dos coeficientes e do porte do sistema a ser resolvido [2].

Neste trabalho é feito um estudo comparativo de diversos métodos numéricos para a resolução de sistemas lineares a partir de testes computacionais. São analisadas a aplicabilidade dos métodos de acordo com suas pré-condições e a convergência em problemas testes. Além disso, é realizada uma breve comparação de linguagens de programação.

Foram estudados os métodos diretos: de eliminação de Gauss com pivoteamento parcial, de decomposição LU, de decomposição de Cholesky e, os métodos iterativos: de Jacobi, de Gauss-Seidel, do gradiente e do gradiente conjugado. Testes computacionais foram realizados utilizando as linguagens de programação em Phyton e em Matlab.

Dentre os 87 problemas testes, 40 são de pequeno porte e 47 de grande porte, sendo 14 com única solução e 73 com infinitas soluções. Todos os problemas passaram por tratamento do tipo AA^T para obter uma matriz A_{mxm} quadrada e simétrica a fim de atender a condições de convergência da maioria dos métodos avaliados. Na tabela 1 a seguir têm-se os resultados obtidos na execução dos 87 problemas. Nela, avaliou-se a quantidade de convergências de cada método de acordo com as precisões escolhidas.

Pode-se observar que os métodos de decomposição LU, decomposição de Cholesky e gradiente conjugado obtiveram melhor desempenho comparado aos demais métodos. No entanto, para apontar qual tipo de método é mais eficiente, é necessária uma análise das características da matriz dos coeficientes e também do porte do sistema a ser resolvido.

[1] rafagon05@gmail.com
[2] mayk.coelho@unifal-mg.edu.br

© 2018 SBMAC

Tabela 1: Quantidade de problemas convergidos em cada métodos com diferentes precisões.

Método	Precisão de $1e^{-1}$	Precisão de $1e^{-3}$	Precisão de $1e^{-5}$
Elim. De Gauss	50	50	47
Decomposição LU	75	73	72
Decomposição de Cholesky	67	65	64
Método de Jacobi	43	39	38
Método de Gauss-Seidel	32	28	28
Gradiente	42	42	42
Gradiente Conjugado	65	65	64

Para isso, foi feito uma análise detalhada de cada problema para avaliar a aplicabilidade dos métodos e, em seguida, analisar a convergência dos mesmos para cada situação. De forma geral, o melhor desempenho dos métodos LU, de Cholesky e gradiente conjugado é justificado a partir da transformação AA^T na qual se obteve uma matriz quadrada e simétrica, características que fazem parte das condições de convergência desses métodos.

2 Conclusões

Baseado nos resultados, os métodos LU, de Cholesky e gradiente conjugado foram os mais adequados e os que tiveram melhor aplicabilidade para a base de problemas. Tais métodos foram os que mais convergiram e os que chegaram a resultados em menor intervalo de tempo. Porém, vale ressaltar que as matrizes dos coeficientes da maioria dos problemas avaliados possuíam características inerentes para o bom desempenho de tais métodos.

A análise detalhada dos problemas de acordo com suas características confirmou a aplicabilidade dos métodos em estudo. Após a análise dos problemas e a realização dos testes, conclui-se que, para apontar qual método é o mais adequado, é indispensável avaliar os problemas, pois tanto os métodos diretos, quanto os métodos iterativos podem apresentar desempenho superior em relação ao outro a determinadas situações.

Agradecimentos

Agradecimentos à PROBIC/UNIFAL-MG pelo financiamento da bolsa de iniciação científica.

Referências

[1] S. J. Leon. *Álgebra Linear com aplicações.* LTC, Rio de Janeio, p. 1, 2014.

[2] S. Arenales, A. Darezzo. *Cálculo Numérico: Aprendizagem com apoio de software.* 2 ed. Cengage Learning, São Paulo, p. 75, 2015.

 © 2018 SBMAC