

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## Trofodinâmica Analítica

Rodrigo Costa<sup>1</sup>

Núcleo de Ciências Exatas-NCEX, UFAL, Arapiraca, AL

Rinaldo Vieira da Silva Júnior<sup>2</sup>

Núcleo de Ciências Exatas-NCEX, UFAL, Arapiraca, AL

### 1 Introdução

O estudo de certas equações diferenciais ordinárias de primeira ordem está intimamente ligado com questões envolvendo os fatores que influenciam o crescimento [3], ou decréscimo, de uma população, quando ocorre a estabilidade do sistema de forma que nenhuma espécie seja extinta, entre outras relacionadas a dinâmica populacional. Na construção de um modelo matemático é frequente assumir hipóteses sobre as espécies estudadas, por exemplo, fatores que influenciam no crescimento da população de um organismo. É necessário, portanto, decidir qual fator deve ser considerado no modelo para avaliações do quanto que a modelagem representa a realidade, fornecendo um contexto matematicamente viável. Com o intuito de desenvolver um método mais eficiente do ponto de vista biológico, foi proposto uma abordagem que investiga as propriedades estruturais de sistemas de EDO's de segunda ordem, fornecendo uma ligação entre geometria [4–6] e os princípios ecológicos [1, 2]. Tal abordagem é conhecida como trofodinâmica analítica, a qual se caracteriza por uma abordagem que investiga as propriedades estruturais de sistemas de equações diferenciais ordinárias de segunda ordem, estabelecendo uma ligação entre a geometria e os princípios ecológicos de uma maneira mais adequada.

### 2 Formalismo Matemático

Introduzimos a variável de produção de Volterra  $x^i(t)$  como a quantidade produzida por cada espécie que pode afetar as interações ecológicas e/ou ambientais [3]

$$x^i(t) = l_{(i)} \int_0^t N^i(t) dt + x^i(0), \quad (1)$$

com  $N^i$  representando o tamanho da  $i$ -ésima população,  $l_i$  uma constante positiva e  $x^i$  são as variáveis substitutas de biomassa, as quais medem a produção de biomassa ou

---

<sup>1</sup>rodrigo\_costa\_al@hotmail.com

<sup>2</sup>rinaldo.junior@arapiraca.ufal.br

consumo de energia. As equações ecológicas clássicas e equações de produção de Volterra combinadas produzem um sistema de equações diferenciais ordinárias de segunda ordem conhecidas como sistema de Volterra-Hamilton

$$\begin{cases} \frac{dx^i}{dt} = k_{(i)} N^i \\ \frac{dN^i}{dt} = \lambda_{(i)} N^i - G_{jk}^i N^j N^k \end{cases} \quad (2)$$

produzindo o spray

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + G_{jk}^i \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0 \quad (3)$$

após a mudança de parâmetro  $ds = e^{\lambda t} dt$ , conhecido como parâmetro de produção intrínseca. A trofodinâmica analítica se caracteriza por considerar não somente a dinâmica entre as populações de espécies que interagem, mas também fatores como o consumo de energia para produção de biomassa.

## Agradecimentos

Os autores agradecem ao PIBIC UFAL pelo aporte financeiro.

## Referências

- [1] P.L. Antonelli, R.H. Bradbury, *Volterra-Hamilton Models in Ecology and Evolution of Colonial Organisms*, World Scientific, Singapore (1996).
- [2] P.L. Antonelli, R.S. Ingarden, M. Matsumoto, *The Theory of Sprays and Finsler Spaces with Applications in Physics and Biology*, Springer-Verlag (1993).
- [3] W. E. Boyce, R. C. DiPrima, *Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno*, LTC, 2006.
- [4] D. Lovelock, H. Rund. *Tensors, Differential Forms, and Variational Principles*. Dover Publications, 1989.
- [5] E. Sanchez. *Cálculo tensorial*, Interciência, Rio de Janeiro, 2011.
- [6] D. Sánchez. *Ordinary Differential Equations and Stability Theory: An Introduction*, W.H. Freeman and Company, 1968.
- [7] C. Udriste, I. R. Nicola. *Jacobi stability for geometric dynamics*. Journal of Dynamical Systems & Geometric Theories, 5:85, 95, 2007.