Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, v. 6, n. 1, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVII CNMAC, S.J. dos Campos - SP, 2017.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Algoritmo de otimização aplicado para determinar as matrizes de rigidez por meio da inversão dos dados de velocidade de fase experimentais

Denis Johny Schuster de Mattos[1]
Universidade do Estado de Mato Grosso, UNEMAT, Sinop, MT
Silvio Cesar Garcia Granja[2]
Universidade do Estado de Mato Grosso, UNEMAT, Sinop, MT

1 Introdução

Os algoritmos de otimização possibilitam encontrar soluções de problemas matemáticos de uma forma mais eficiente planejando sempre reduzir o custo computacional e obter resultados com maior precisão. Esse trabalho tem como objetivo apresentar os resultados da aplicação de um algoritmo de otimização na busca dos parâmetros elásticos do aço, cobre e alumínio considerando a simetria material isotrópica. As velocidades de fase experimentais foram obtidas por meio de simulação utilizando a Equação de Christoffel adicioando-se a elas erros aleatórios de 1%, 5% e 10% para simular os erros estatísticos de uma aquisição real. Estudou-se em quais condições iniciais pode-se recuperar as matrizes de rigidez iniciais por meio da inversão dos dados de velocidade de fase experimentais.

2 Descrição do Problema e Referencial Teórico

A propagação de ondas volumétricas pode ser descrita por meio da equação de Christoffel

$$(\Gamma_{ik} - \rho v^2 \delta_{ik}) u_k = 0, \quad i = 1, 2, 3, \tag{1}$$

em que u_k são os deslocamentos de partícula, v é a velocidade de fase da onda e Γ_{ik} é o tensor acústico obtido a partir da matriz de rigides C, que tem n coeficientes independentes, e de sua direção de propagação.

As m velocidades observadas v_i^{obs} podem ser obtidas a partir das velocidades calculadas $v_i \equiv v_i^{calc}$, pelo Método dos Gradientes em que

$$v_i^{obs} \cong v_i + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial v_i}{\partial C_j} \Delta C_j, \; i = 1, 2, \ldots, m, \tag{2}$$

[1]denis_sch@hotmail.com
[2]silvio.granja@unemat.br

tal que o problema de otimização se resume a determinar o passo Δ da equação matricial $\delta v = \beta\Delta$, em que δv_i é a diferença entre a velocidade observada e a calculada, $\beta_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial C_j}$ é o elemento do Jacobiano de v

$$\delta v = \begin{bmatrix} v_1^{obs} - v_1^{calc} \\ \vdots \\ v_m^{obs} - v_m^{calc} \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_1}{\partial C_1} & \frac{\partial v_1}{\partial C_2} & \cdots & \frac{\partial v_1}{\partial C_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial v_m}{\partial C_1} & \frac{\partial v_m}{\partial C_2} & \cdots & \frac{\partial v_m}{\partial C_n} \end{bmatrix}, \quad \Delta = y \begin{bmatrix} \Delta C_1 \\ \vdots \\ \Delta C_n \end{bmatrix}, \tag{3}$$

Portanto, o passo Δ pode ser obtido de acordo com [3] pelo Método dos Mínimos Quadrados, fazendo a inversão

$$\Delta = \left[\beta^T \beta + \lambda I\right]^{-1} \beta^T \delta v \tag{4}$$

em que foi adicionado um escalar $\lambda = 1 \times 10^{-20}$ para estabilizar o processo de inversão.

O processo de busca da solução ótima do problema de inversão das velocidades é obtido iterativamente. A cada k-ésima iteração, os valores dos n elementos independente da matriz de rigidez são recalculados tal que $C^{(k)} = C^{(k-1)} + \Delta^{(k-1)}$ que levam a matriz de rigidez C ao melhor ajuste de dados.

3 Resultados e Conclusão

O algoritmo de otimização foi aplicado a velocidades de fase do aço, cobre e alumínio, obtidas para vários ângulos de propagação no meio adicionadas de erros aleatórios. Para esses materiais com simetria material isotrópica ($n = 2$), o processo consegue recuperar os valores iniciais satisfatoriamente dos coeficientes independentes C_{11} e C_{12} se os valores iniciais $C_{11} > C_{12}$. A tolerância relativa nas velocidades entre as iterações foi de 1×10^{-10}. A inversão das velocidades sem erros levaram 10 iterações, enquanto para velocidades com 1%, 5% e 10% de erro levaram entre 11 e 48 iterações, dependendo do material e condições da simulação. Com valores iniciais de busca em que $C_{11} \leq C_{12}$ o algoritmo não converge e produz iterações com matrizes de rigides de valores complexos. Pretende-se aplicar o Método dos Gradientes para meios anisotrópicos com simetria material tetragonal e ortotrópica, como compósitos de carbono-epóxi, que necessitam de $n = 6$ e $n = 9$ elementos independentes na matriz de rigidez, respectivamente.

Referências

[1] David G. LUENBERGER; Yinyu YE. *Linear and Nonlinear Programming.* 3. ed. New York: Springer, 2008.

[2] J. L. ROSE. *Ultrasonic waves in solid media.* New York, NY: Cambridge University Press, 1999.

[3] VESTRUM, R. *Group and phase-velocity inversions for the general anisotropic stiffness tensor.* [S.l.]: University of Calgary, 1994. Disponível em: <http://books.google.com.br/ books?id=PG7SSgAACAAJ>. Acesso em: 11 out. 2013.