Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, v. 6, n. 1, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVII CNMAC, S.J. dos Campos - SP, 2017.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Equação de Burgers-Korteweg-de Vries fracionária

Luanderson Nascimento dos Santos [1]
Departamento de Matemática, UNEMAT, Barra do Bugres, MT
Junior Cesar Alves Soares[2]
Departamento de Matemática, UNEMAT, Barra do Bugres, MT

1 Introdução

O conceito de cálculo fracionário originou-se de uma pergunta formulada em uma troca de cartas entre Leibniz e L'Hopital, em 1695. Nestas correspondências surgiu o questionamento a respeito da derivada de ordem 1/2 de uma função, ou seja,

$$D^{\left(\frac{1}{2}\right)}y(x) = \frac{d^{\frac{1}{2}}}{dx^{\frac{1}{2}}}y(x).$$

De maneira simplificada introduzimos o conceito de derivada fracionária no sentido de Riemann-Liouville.

2 Derivadas fracionárias de Riemann-Liouville

A derivada fracionária no sentido de Riemann-Liouville foi formulada tendo como base que no cálculo de ordem inteira e tem a seguinte definição [1].

Definition 2.1. *Seja $D^{\alpha}_{a+}y$ e $D^{\alpha}_{b-}y$ as derivadas de Riemann-Liouville à esquerda e à direita respectivamente, em um intervalo finito do eixo real de ordem $\alpha \in \mathbb{C}$ com $Re(\alpha) \geq 0$, são definidas por*

$$(D^{\alpha}_{a+}y)(x) := \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)}\left(\frac{d}{dx}\right)^n \int_a^x \frac{y(t)}{(x-t)^{\alpha-n+1}}dt;\ x > a \tag{1}$$

e

$$(D^{\alpha}_{b-}y)(x) := \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)}\left(-\frac{d}{dx}\right)^n \int_x^b \frac{y(t)}{(t-x)^{\alpha-n+1}}dt;\ x < b \tag{2}$$

[1] lu-anderson1@hotmail.com
[2] juniorcasoares@unemat.br

Observe que quando $\alpha = n \in \mathbb{N}$, tem-se uma derivada de ordem inteira.

$$(D^n_{a+}y)(x) = y^{(n)}(x) \tag{3}$$

e

$$(D^n_{b-}y)(x) = (-1)^n y^{(n)}(x) \tag{4}$$

3 Equação de Burgers-Korteweg-de Vries fracionária

As equações de Burgers e de Korteweg-de Vries, estão entre as equações não lineares mais estudadas, por ter grande importância em aplicações como em: mecânica dos fluidos, acústica não linear, dinâmica dos gases e propagação de ondas em águas rasas. Estudando elas do ponto de vista do cálculo fracionário podemos obter resultados interessantes, além de recuperar o caso de ordem inteira.

Em [3] foi apresentada uma generalização para a equação de Burgers-Korteweg-de Vries fracionária no sentido de Riemann-Liouville descrita abaixo:

$$D_t\phi + \phi^m D^\alpha_x \phi = \mu D^\beta_x \phi \tag{5}$$

em que $0 < \alpha \leq 1, \quad 2 \leq \beta \leq 3, \; m \in \mathbb{N}, \; \mu > 0$ com $\phi = \phi(x,t)$.

4 Conclusões

Para continuação do trabalho pretendemos encontrar soluções particulares para a equação (5) e estudar o comportamento das soluções a medida que são alterados os parâmetros m, α e β. Além disso, pretendemos aplicar a técnica em outras equações diferenciais não lineares fracionárias.

Agradecimentos

Agradecemos a FAPEMAT por financiar este projeto de iniciação científica.

Referências

[1] R. F. Camargo e E. C. Oliveira, *Cálculo Fracionário*. Livraria da Física, São Paulo, 2015.

[2] R. F. Camargo, Cálculo fracionário e aplicações, Tese de Doutorado em Matemática Aplicada, Unicamp, (2009).

[3] J.C.A. Soares, Cálculo fracionário e as equações de evolução, Tese de Doutorado em Matemática Aplicada, Unicamp, (2016).