Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, v. 6, n. 1, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVII CNMAC, S.J. dos Campos - SP, 2017.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Verificação da Distância Relativa como Critério de Parada para o Método do Gradiente

Ana Luiza de Araújo[1]
Departamento de Ciências Exatas, Tecnológicas e Humanas, UFERSA, Campus Angicos, RN
Camila Elnatana Ramos dos Santos[2]
Pedro Vinícius Nascimento de Lima[3]
Matheus da Silva Menezes[4]
Ivan Mezzomo[5]
Centro de Ciências Exatas e Naturais, UFERSA, Mossoró, RN

Os sistemas de equações lineares possuem grande aplicação prática [1]. Diversos métodos numéricos nos auxiliam na busca da solução de um determinado sistema linear na forma $Ax = b$, onde A é a matriz dos coeficientes, x é o vetor solução e b é o vetor das constantes. Este trabalho tem o objetivo de aplicar o Método do Gradiente para resolver problemas existentes na literatura e verificar se o critério de parada da distância relativa, geralmente definido nos algoritmos padrão, realmente garante que a solução encontrada através do método do gradiente é satisfatória. Após encontrar a solução de alguns sistemas de equações lineares, será feita a análise do resíduo $\max\{|A\widetilde{x} - b|\}$, onde $\widetilde{x}$ é a solução aproximada pelo método resultante de cada sistema e, através desse resíduo, poderemos verificar se esta solução realmente satisfaz o sistema. Serão analisados 6 problemas que variam entre os tamanhos de 30 a 10974 equações. As matrizes foram obtidas através dos repositórios Matrix Market e The University of Florida Sparce Matrix Collection.

Para [3], no método do Gradiente, cada passo toma o sentido contrário ao do vetor gradiente de $F(x)$, i.e., $-\nabla F(x)$. Determinamos o passo t_k de tal maneira que na direção d_k leve a $F(x_{k-1}) > F(x_k)$. Segundo [1], o método do gradiente é um processo iterativo onde a direção de relaxação se opõe a direção do resíduo r, buscando a minimização de $F(x) = \frac{1}{2}x^tAx - b^tx$. É importante ressaltar que a convergência desse método só é garantida para os casos em que a matriz A é simética e definida positiva. O critério de parada adotado foi o de distância relativa dado por $\frac{\max\{|x^{(k)} - x^{(k-1)}|\}}{\max\{|x^{(k)}|\}}$.

Na tabela 1 estão as características dos problemas testados e a tabela 2 nos mostra o tempo, o número de iterações e o resíduo máximo obtido para cada problema, considerando como critério de parada a distância relativa com precisão $\varepsilon = 10^{-5}$. Visando analisar a

[1]analuh_16@hotmail.com
[2]camilaelnatana@outlook.com
[3]pedro.vinicius102@hotmail.com
[4]matheus@ufersa.edu.br
[5]imezzomo@ufersa.edu.br

funcionalidade do algoritmo proposto, efetuou-se a implementação dos métodos no SciLab 5.5.2 em uma máquina com processador Intel Core i5, 4GB de RAM e sistema operacional Ubuntu 14,02.

Tabela 1: Característica das matrizes

Problemas	Tamanho	Tipo de matriz
M30	30 x 30	Real, simétrica e definida positiva
BCSSTK03	112 x 112	Real, simétrica e definida positiva
BCSSTK04	132 x 132	Real, simétrica e definida positiva
GR3030	900 x 900	Real, simétrica e definida positiva
SHERMAN 1	1000 x 1000	Real e simétrica
BCSSTK17	10974 x 10974	Real, simétrica e definida positiva

Tabela 2: Tabela de resultados dos experimentos

Problemas	Iterações	Tempo (s)	Resíduo Max	Convergiu?
M30	48	0,011	0,003197	Sim
GR3030	476	0,092	0,006135	Sim
SHERMAN 1	4338	0,487	0,001846	Sim
BCSSTK04	12932	1,159	0,696072	Sim
BCSSTK03	22766	1,559	1,915305	Sim
BCSSTK17	147474	600,150	16,266947	Sim

Após serem realizados os testes, o método do gradiente obteve convergência para todos os problemas de acordo com o critério de parada adotado. Contudo, dos problemas selecionados, o resíduo sempre foi superior à precisão. Destacamos que as matrizes BCSSTK04, BCSSTK03 e BCSSTK17 apresentam um resíduo considerado grande, mostrando que nem sempre utilizar a distância relativa como critério de parada garante que a solução seja satisfatória, uma vez que um valor alto para o resíduo nos indica que a solução aproximada não está próxima da solução real.

Como sugestão de continuidade dos trabalhos, pretendemos buscar na literatura possíveis causas para explicar a ocorrência dessa situação, bem como realizar experimentos com um número maior de problemas e utilizando também outros critérios de parada.

Referências

[1] N. B. Franco. *Cálculo numérico*. Pearson Prentice Hall, São Paulo, 2006.

[2] M. A. G. Ruggiero and V. L. R. Lopes, *Cálculo Numérico: Aspectos teóricos e computacionais*. 2 Ed., Pearson, São Paulo, 1997.

[3] D. E. Sperandio, J. T. Mendes and L. H. Moken e Silva. *Cálculo Numérico - Características Matemáticas e Computacionais dos Métodos Numéricos*. Pearson Prentice Hall, 2003.