Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, v. 6, n. 1, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVII CNMAC, S.J. dos Campos - SP, 2017.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Diferentes Métodos de Integração Intervalar Aplicados na Distribuição de Pareto

Rafael F. Alves[1]
Universidade Federal do Pampa, Campus Alegrete, Alegrete, RS
Dirceu A. Maraschin Jr[2]
Programa de Pós-Graduação em Computação, CDTec, UFPel, Pelotas, RS
Alice F. Finger[3]
Universidade Federal do Pampa, Campus Alegrete, Alegrete, RS

1 Introdução

Operações numéricas em computador podem ocasionar erros de arredondamento ou truncamento, já que o resultado encontrado é apenas uma aproximação de um valor real. A aritmética intervalar, desenvolvida por Moore [2], tem por objetivo controlar os erros dos resultados da computação numérica através da manipulação e operações com intervalos.

No cálculo de probabilidades um dos problemas encontrados é a resolução da integral definida da função densidade de probabilidade, pois é resolvida analiticamente e seu resultado é obtido através de aproximação, o que o deixa sujeito a erros. Nesse trabalho serão comparados dois métodos de integração intervalar: Bedregal [1] e Rall [3], a fim de analisar numericamente, através das métricas de qualidade, qual retorna melhor resultado.

2 Metodologia

Na comparação entre os métodos será usada a função densidade de probabilidade com distribuição de Pareto, cuja forma intervalar é apresentada na equação (1) e implementada na linguagem Python, através do pacote IntPy.

$$Fp(x) = \alpha \frac{c^\alpha}{x^{\alpha+1}} = \alpha \left(\left[\frac{c^\alpha}{\overline{x}^{\alpha+1}}, \frac{c^\alpha}{\underline{x}^{\alpha+1}} \right] \right) \tag{1}$$

A fórmula da integral de Bedregal é mostrada na equação (2), enquanto a da integral de Rall é vista na equação (3):

$$\int_a^b F(X)dx = \left[\int_{\underline{a}}^{\underline{b}} F_1(x)dx, \int_{\underline{a}}^{b} F(X)dx \right] \frac{dM(a,b)}{\overline{a} - \underline{a}} \tag{2}$$

[1] rafaelfogliato@gmail.com
[2] dirceumaraschin@gmail.com
[3] alicefinger@unipampa.edu.br

$$\int_{\mathbf{x}} Y(x)\mathrm{d}x = \frac{w(\mathbf{x})}{n}\sum_{i=1}^{n} \bigtriangledown Y(\mathbf{x}_i) \tag{3}$$

3 Resultados e discussão

Para a implementação dos testes foram utilizados três conjuntos de dados como parâmetros de entrada para a função intervalar. Na Tabela 1 podem ser encontrados os resultados real e intervalar de cada um dos métodos de integração, enquanto na Tabela 2 são mostrados o diâmetro (w($\mathbf{x}$)) e o erro relativo. No exemplo 1 os valores de entrada são:$\alpha = 0,25; c = 1; x = [1.0, 2.0]$ e no exemplo 2 $\alpha = 0,5; c = 1; x = [1.0, 2.0]$

Tabela 1: Resultados das integrais de Rall e Bedregal

Exemplo	Real	Rall	Bedregal
Ex.1	0.1591035847462855	[0.15910358474457373, 0.1591035847491107]	[0.15910358474455324, 0.15910358474914182]
Ex. 2	0.2928932188134524	[0.29289321881063257, 0.2928932188193168]	[0.29289321881071134, 0.29289321881923674]

Tabela 2: Análise dos resultados intervalares

Exemplo	Rall		Bedregal	
	w($\mathbf{x}$)	Erro relativo	w($\mathbf{x}$)	Erro relativo
Ex.1	$4.537e^{-12}$	$3.498e^{-12} \leq 0.000002217$	$4.589e^{-12}$	$3.529e^{-12} \leq 0.000002243$
Ex.2	$8.684e^{-12}$	$5.195e^{-12} \leq 0.000078139$	$8.525e^{-12}$	$5.198e^{-12} \leq 0.000078139$

A partir dos resultados apresentados nas Tabelas 1 e 2, é possível verificar que, em ambos os exemplos, a integral resolvida pelo método de Rall retorna intervalos menores e com um erro relativo pequeno, ou seja, onde a desigualdade se aproxima. Pela análise feita com os métodos de Rall e Bedregal, podemos afirmar que Rall retorna solução de melhor qualidade.

Referências

[1] B. R. Bedregal and R. C. Bedregal . A generalization of the moore and yang integral approach. Computing. 2010.

[2] R. E. Moore, R. B. Kearfott and M. J. Cloud. *Introduction to Interval Analysis*. Prentice-Hall, USA, 1966.

[3] L. B. Rall. Integration of interval functions in the finite case. SIAM J. Math. Anal. Vol. 13, No.4, 1982.