

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## Sincronismo de fase em osciladores caóticos para recuperação de informação

Fernando H. Santos<sup>1</sup>

Universidade Federal do ABC (UFABC), Santo André, SP

Marcio Eisencraft<sup>2</sup>

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil

### 1 Introdução

O uso do sincronismo completo de sistemas caóticos para a transmissão de informações é bem estudado na literatura [3]. O sincronismo de fase pode ser uma alternativa mais robusta nesse sentido. O objetivo deste trabalho é mostrar a possibilidade de utilizar o sincronismo de fase entre dois osciladores, acoplados como mestre-escravo, para transmitir sequências binárias. Para tanto, utiliza-se a mudança de um dos parâmetros do oscilador mestre que afeta o sincronismo de fase com o escravo. Pretende-se com esse estudo um modelo inicial do controle da sincronização de fase de neurônios biológicos [6] que tem papel importante nos processos de comunicação neural e memória [1]; [2].

### 2 Sincronismo de fase e o sistema estudado

O sincronismo de fase acontece quando as fases dos sistemas mestre e escravo permanecem correlacionadas com o tempo, mas a amplitude dos sistemas permanece caótica [2]. Nos sistemas caóticos existem muitas definições de fase, e por conta disso também existem muitas formas de medi-la. Nesse estudo será utilizado a definição baseada no arco tangente [2].

Este artigo simula o acoplamento mestre-escravo de dois sistemas de Rössler [4] de forma a obter o sincronismo de fase em alguns intervalos de tempo. As equações que descrevem o sistema mestre são

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -(y_1 - z_1) \\ \dot{y}_1(t) &= x_1 + a_1 y_1 \\ \dot{z}_1(t) &= b_1 + z_1(x_1 - c_1).\end{aligned}\tag{1}$$

Já o sistema escravo é dado por

$$\begin{aligned}\dot{x}_2(t) &= -(y_2 - z_2) + \eta(x_1 - x_2) \\ \dot{y}_2(t) &= x_2 + a_2 y_2 \\ \dot{z}_2(t) &= b_2 + z_2(x_2 - c_2).\end{aligned}\tag{2}$$

Os parâmetros do sistemas escravo são  $a_2 = 0,22$ ,  $b_2 = 0,4$ ,  $c_2 = 8,5$  e  $\eta = 0,2$ , sendo  $\eta$  a intensidade de acoplamento entre os dois sistemas [2]. Os parâmetros  $b_1$  e  $c_1$  do mestre

---

<sup>1</sup>fernando.h@ufabc.edu.br

<sup>2</sup>marcio@lcs.poli.usp.br

são iguais aos do escravo, já o parâmetro  $a_1$  é modificado a cada  $t = T$  de forma a se obter ou não o sincronismo de fase. Para se transmitir um “0” utiliza-se o valor de  $a_1 = a_2$  e para se transmitir um “1”, o valor de  $a_1 = 0,29$ .

Na Figura 1 mostra-se um exemplo de sinal transmitido associado a sequência de bits  $[0, 1, 0, 1]$   $T = 30$ . A análise feita considera a diferença entre a  $i$ -ésima frequência  $\omega_i$  dos sistemas e verifica que quando essa diferença tende a *zero* os sistemas encontram-se em sincronismo de fase.

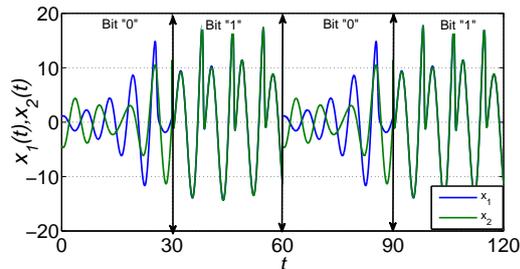


Figura 1: Gráficos de  $x_1(t)$  e  $x_2(t)$  para a sequência de bits 0101.

### 3 Conclusões

Nesse artigo, mostra-se a possibilidade de transmissão de informações utilizando sincronismo de fase. Nos próximos passos desse trabalho pretende-se utilizar o modelo de neurônios de Rulkov [5] como sistema mestre e escravo e verificar se a robustez ao ruído do sincronismo de fase é maior do que a do sincronismo completo.

### Agradecimentos

F.H.S agradece a CAPES e M.E. agradece ao CNPq (processos 479901/2013-9 e 309275/2016-4) pelo suporte financeiro.

### Referências

- [1] Juergen Fell and Nikolai Axmacher. The role of phase synchronization in memory processes. *Nature reviews neuroscience*, 12(2):105–118, 2011.
- [2] R. Follmann. Sincronização de fase em sistemas caóticos e sua aplicabilidade ao reconhecimento de padrões. Tese (Doutorado em computação aplicada), Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, INPE 2011.
- [3] Louis M. Pecora and Thomas L. Carroll. Synchronization in chaotic systems. *Physical Review Letters*, 64(8):821–824, feb 1990.
- [4] O.E. Rössler. An equation for continuous chaos. *Physics Letters A*, 57(5):397 – 398, 1976.
- [5] Nikolai F Rulkov. Regularization of synchronized chaotic bursts. *Physical Review Letters*, 86(1):183, 2001.
- [6] Jian Wei Shuai and Dominique M. Durand. Phase synchronization in two coupled chaotic neurons. *Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics*, 264(4):289–297, 12 1999.