

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Discussão sobre estabilidade em métodos de multirresolução adaptativa

Müller Moreira Lopes¹

Curso de pós graduação em Computação Aplicada, INPE, São José dos Campos, SP

Margarete Oliveira Domingues²

Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada, INPE, São José dos Campos, SP

Odim Mendes³

Divisão de Geofísica Espacial, INPE, São José dos Campos, SP

Kai Schneider⁴

Centre de Mathématiques et d'Informatique, Aix-Marseille Université, Marseille, França

1 Introdução

Métodos adaptativos têm como objetivo proporcionar soluções de simulações numéricas de equações diferenciais evolutivas em um tempo computacional baixo, além de visar uma economia de memória computacional. Tais características são de interesse das ciências espaciais, que precisam de métodos capazes de resolver problemas robustos em pouco tempo de computação.

Dentre tais métodos, destacam-se o refinamento adaptativo de malhas e as técnicas de multirresolução adaptativa [2]. Estes métodos baseiam-se em alguma ferramenta capaz de medir a suavidade local da solução visando construir uma malha adaptada à solução. Assim que a suavidade da malha é medida, aplica-se um operador de limiar que depende de um parâmetro ϵ pré-estabelecido. Este operador é utilizado para selecionar as regiões da malha que podem ser representadas por uma malha menos refinada.

Visando melhorar o desempenho destas técnicas, implementam-se também métodos adaptativos temporais. Uma destas técnicas é o esquema de tempo local [1]. Ele consiste em realizar a evolução temporal em cada célula utilizando um passo temporal proporcional ao seu refinamento. Em [3] foi desenvolvida uma nova técnica de tempo local utilizando os métodos NERK propostos em [4]. Tal metodologia requer interpolações e extrapolações temporais da solução durante as operações de projeção e predição entre níveis de resolução adjacentes. Tais aproximações juntamente com erros numéricos podem afetar a

¹muller.lobes@inpe.br

²margarete.domingues@inpe.br

³odim.mendes@inpe.br

⁴kschneid@cmi.univ-mrs.fr

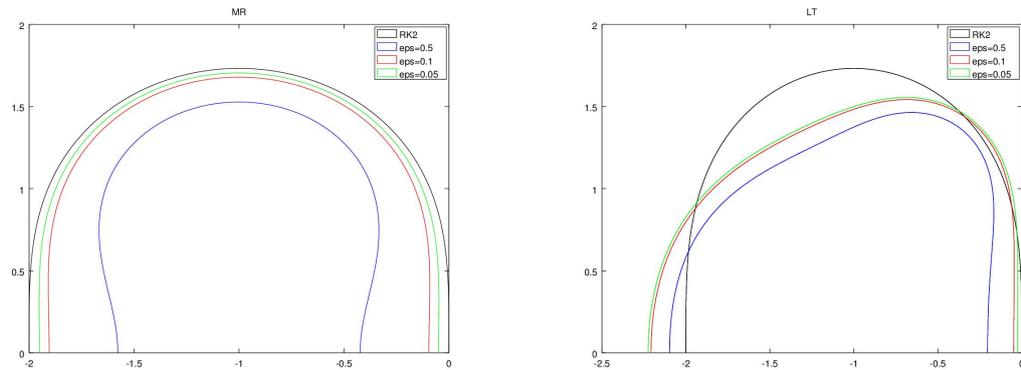


Figure 1: Estabilidade numérica para os métodos MR e MRLT/NERK2 com $\epsilon = 0.5, 0.1$ e 0.01 .

estabilidade do modelo. Em seu objetivo, este trabalho avaliou o impacto destas aproximações e do operador de limiar sobre a estabilidade dos métodos adaptativos, em especial os desenvolvidos em [2] e [3].

A região de estabilidade dos métodos discutidos é construída utilizando a equação de advecção $\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial x} = 0$, $x \in \Omega$. Em que cada valor $u_i = u(x_i)$ possui um erro de discretização menor que o valor de limiar ϵ . Considerando o pior caso, em que esse erro é sempre próximo de ϵ , determinaram-se as regiões de estabilidade para o método de Multirresolução adaptativa (MR) [2] e a abordagem de tempo local dada em [3] (MRLT/NERK2) utilizando o método de Runge–Kutta de segunda ordem para a evolução temporal. As regiões obtidas estão apresentadas na Figura 1. Observa-se que o método MR apresenta uma região de estabilidade próxima a do RK2 a medida em que ϵ diminui. O método MRLT/NERK2 também apresenta uma convergência em ϵ , mas possui uma região de estabilidade mais alongada na parte real que a do método RK2.

References

- [1] M. O. Domingues, S. M. Gomes, O. Roussel, and K. Schneider. An adaptive multiresolution scheme with local time stepping for evolutionary PDEs, *J. Comput. Phys.*, 2008. DOI: 10.1016/j.jcp.2007.11.046.
- [2] A. Harten. Multiresolution algorithms for the numerical solution of hyperbolic conservation laws, *Commun. Pur. Appl. Math.*, 1995. DOI: 10.1002/cpa.3160481201.
- [3] M. Moreira Lopes, Método de alta ordem para ajuste de passo de tempo local para a resolução de equações diferenciais evolutivas com uso de análise multirresolução adaptativa, Dissertação de Mestrado em Computação Aplicada, INPE, (2014).
- [4] M. Zennaro. Natural continuous extensions of Runge–Kutta methods, *Math. Comput.*, 1986. DOI: 10.2307/2008218.