

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Modelagem Matemática em Câncer Via Cálculo FracionárioJairo Gomes da Silva ¹

Instituto Federal de Mato Grosso - Campus Barra do Garças, MT

Programa de Pós-graduação em Biometria, UNESP, Botucatu, SP

Paulo Fernando de Arruda Mancera²

Departamento de Bioestatística, UNESP, Botucatu, SP

1 Introdução

De acordo com o Instituto Nacional do Câncer, o número de mortes no Brasil devido ao câncer aumentou 31% desde 2000 e chegou a 223,4 mil pessoas por ano no final de 2015 [1]. Várias áreas do conhecimento buscam uma melhor compreensão dessa doença com foco no desenvolvimento de métodos mais eficazes na promoção da cura ou controle. Há diversos modos de investigação em câncer com abordagem matemática, e modelos matemáticos via equações diferenciais permitem a observação de vários fatores relacionados à doença. No uso de equações diferenciais, dentre as abordagens possíveis temos o uso do cálculo fracionário, com derivada de ordem não inteira. Segundo [2], a maior parte dos sistemas complexos com características como dinâmica não local e envolvendo longa memória tem seu comportamento melhor retratado com operadores fracionários, sendo estas propriedades consideradas básicas no câncer. Neste trabalho temos como objetivo fazer um estudo da estabilidade de sistemas de equações diferenciais fracionárias que modelam crescimento tumoral.

2 Modelo e Resultados

Cálculo Fracionário é o ramo da matemática que estuda integrais e derivadas de ordem não-inteira, tendo sua origem uma troca de correspondências entre L'Hopital e Leibniz em 1695 [4]. A derivada fracionária é uma generalização da derivada de ordem inteira e dentre as definições existentes, usaremos a definição de operador diferencial fracionário segundo Caputo [3].

Sejam $N_1(t)$ o número de células tumorais, $N_2(t)$ o número de células normais, $I(t)$ o número de células do sistema imunológico e $L(t)$ o número de células endoteliais. Segundo

¹jairobio@ibb.unesp.br²pmancera@ibb.unesp.br

ideias de [5], propomos o modelo

$$\left\{ \begin{array}{l} D_C^\alpha N_1(t) = r_1 N_1 \left(1 - \frac{N_1}{k_1 + L} - \frac{\alpha_{12} N_2}{k_1 + L} \right) - c_1 I N_1 \\ D_C^\alpha N_2(t) = r_2 N_2 \left(1 - \frac{N_2}{k_2} - \frac{\alpha_{21} N_1}{k_2} \right) \\ D_C^\alpha I(t) = s - d_1 I + \frac{\rho I N_1}{\gamma + N_1} - c_2 I N_1 \\ D_C^\alpha L(t) = \sigma N_1 \left(1 - \frac{L}{k_L} \right) - \phi L^2 \end{array} \right. , \quad (1)$$

em que $r_i, (i = 1, 2)$, é taxa de crescimento de cada população, $k_1 + L$ é capacidade suporte da população de células tumorais dependente do número de células endoteliais, k_2 é capacidade suporte da população de células normais, α_{ij} é o coeficiente de competição que mensura os efeitos da população j na população i ; ρ, γ representam a antigenicidade das células tumorais, d_1 é a taxa de mortalidade das células imunes quando não há células tumorais; a taxa de entrada de células imunes é constante, dada por s ; σ é taxa de crescimento das células endoteliais induzida pelas células cancerosas e ϕ é o coeficiente de competição intraespecífica das células endoteliais.

A partir da análise da estabilidade fracionária do modelo, e levando em consideração as escolhas dos parâmetros, obtemos cenários de extinção, coexistência ou aumento da população de células cancerosas, provocados pelos mecanismos de defesa em destaque e o surgimento de angiogênese.

Referências

- [1] <http://www2.inca.gov.br/wps/wcm/connect/agencianoticias/site/home/noticias>. Acessado em 22/02/2017.
- [2] B. Bandyopadhyay and S. Kamal. *Stabilization and Control of Fractional Order Systems: A Sliding Mode Approach*. Springer, Switzerland, 2015.
- [3] D. Baleanu, K. Diethelm, E. Scalas and J. J. Trujillo. Fractional Calculus: Models and Numerical Methods. *In Complexity, Nonlinearity and Chaos*. World Scientific, 2011. ISSN: 2010-0019.
- [4] R. F. Camargo e E. C. Oliveira. *Cálculo Fracionário*. Livraria da Física, São Paulo, 2015.
- [5] N. A. Martin, G. Cruz-Pacheco e P. F. Mancera. Um modelo matemático de câncer com quimioterapia e imunoterapia, *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, volume 3, 2015. DOI: 10.5540/03.2015.003.01.0046.