Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, v. 6, n. 1, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVII CNMAC, S.J. dos Campos - SP, 2017.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Um estudo do Método de Gradientes Conjugados não Lineares

Maycon Pereira de Souza[1]
Departamento de Áreas Acadêmicas, IFG, Uruaçu, GO
Sandra Augusta Santos[2]
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, Campinas, SP

Resumo. Neste trabalho estudamos alguns métodos iterativos para resolver o problema de minimização irrestrita de funções suaves, particularmente o Método de Gradientes Conjugados não Lineares. Verificamos que os escalares responsáveis pela conjugação das direções geradas coincidem quando a função é quadrática convexa. Já no caso de funções suaves não lineares gerais, tais escalares produzem resultados computacionais distintos, conforme verificado em exemplos ilustrativos.

Palavras-chave. otimização irrestrita. gradientes conjugados lineares. gradientes conjugados não lineares.

1 Introdução

No presente trabalho, nosso objetivo é resolver o problema de otimização irrestrita, isto é, minimizar $f(x)$ sujeito a $x \in \mathbb{R}^n$, utilizando o Método dos Gradientes Conjugados. Consideramos inicialmente funções quadráticas convexas e, em seguida, a extensão do método para funções não lineares gerais, de classe C^1.

2 Método de Gradientes Conjugados não Lineares

Podemos utilizar o Método de Gradientes Conjugados para minimizar funções quadráticas convexas, bem como funções suaves quaisquer. Basicamente, há duas diferenças essenciais entre as versões do método para o caso linear e o caso não linear. Primeiro, no caso linear, os tamanhos de passo podem ser computados exatamente, com uma fórmula fechada. Isso é impossível no caso não linear, no qual faz-se uso, por exemplo, de buscas inexatas dadas pela condição de Armijo combinada com a condição de Wolfe. Segundo, o caso linear possui terminação finita em n passos para minimizar quadráticas convexas em $\mathbb{R}^n$. Já no caso não linear, isso não está garantido, sendo usual considerar uma reinicialização das direções de busca a cada quantidade preestabelecida de iterações (e.g. [6]).

[1]maycon.souza@ifg.br
[2]sandra@ime.unicamp.br

Para o caso linear mostramos que quatro variantes para o escalar responsável pela manutenção da conjugação, propostas respectivamente por Fletcher-Reeves [2]; Hestenes-Stiefel [3]; Polak-Ribière-Polyak [4,5] e Dai-Yuan [1], coincidem. Para funções não lineares gerais, no entanto, as diferentes escolhas produzem resultados numéricos distintos. Fizemos um estudo computacional em problemas com dimensão variável. Para valores adequados para os parâmetros da busca linear, notamos que a qualidade da solução obtida não é influenciada pela escolha desses escalares. Já a eficiência do método, medida pelo número de iterações efetuadas, foi afetada pelas diferentes fórmulas, sem contudo ficar evidenciada a preferência por nenhuma escolha em particular.

3 Conclusões

Analisamos o Método de Gradientes Conjugados. Em sua versão linear, para minimizar quadráticas convexas em $\mathbb{R}^n$, encontra a solução do problema em no máximo n iterações. Já no caso não linear, a terminação finita não está assegurada. Existem várias possibilidades para a escolha do escalar responsável pela conjugação das direções de busca; consideramos quatro delas. No caso em que f é uma função quadrática convexa todos esses escalares coincidem, e as variantes do método convergem com o mesmo número de iterações, dentro da mesma precisão. Porém, para o caso em que f é uma função não linear geral, de classe C^1, tais escalares produzem resultados distintos.

Agradecimentos

Ao programa institucional de bolsas de qualificação de servidores do Instituto Federal de Goiás, à FAPESP (2013/05475-7, 2013/07375-0) e ao CNPq (304032/2010-7).

Referências

[1] DAI, Y.-H.; YUAN, Y. *A nonlinear conjugate gradient method with a strong global convergence property.* SIAM Journal on Optimization, v. 10, n. 1, p. 177-182, 1999.

[2] FLETCHER, R.; REEVES, C. M. *Function minimization by conjugate gradients.* The Computer Journal, v. 7, n. 2, p. 149-154, 1964.

[3] HESTENES, M. R.; STIEFEL, E. *Methods of conjugate gradients for solving linear systems.* J. Res. Nat. Bur. Standards, v. 49, p. 409-436, 1952.

[4] POLAK, E.; RIBIÈRE, G. *Note sur la convergence de méthodes de directions conjuguées.* Revue Française d'Informatique et de Recherche Opérationnelle, v. 3, n. 1, p. 35-43, 1969.

[5] POLYAK, B. T. *The conjugate gradient method in extremal problems.* USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics, v. 9, n. 4, p. 94-112, 1969.

[6] RIBEIRO, A. A.; KARAS, E. W. *Otimização Contínua: aspectos teóricos e computacionais.* Cengage Learning, São Paulo, 2014.