Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, v. 6, n. 1, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVII CNMAC, S.J. dos Campos - SP, 2017.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Dispersão espacial da Fumagina descrita por Ondas Viajantes

Gustavo Henrique Petroli[1]
Norberto Anibal Maidana[2]
Centro de Matemática, Computação e Cognição, UFABC 09210-580, Santo André, SP

No presente trabalho propomos um modelo matemático que caracteriza a dispersão populacional de Mosca-branca em uma região agrícola, através de solução onda viajante [1] para o sistema de equações diferenciais parciais apresentado, determinando a velocidade de espalhamento da Fumagina.

A Mosca-branca (*Bemisia tabaci*) é uma das pragas mais conhecidas no mundo e está presente em praticamente todas as regiões agrícolas, principalmente em áreas de clima tropical e sub-tropical [2].Apresenta metamorfose incompleta, passando pelas fases de ovo, quatro estádios ninfais e adulto. Sendo apenas o adulto capaz de migrar até novas plantas. Ao se alimentar da seiva de plantas hospedeiras, tanto o estádio de ninfa, quanto o adulto, excretam uma substância chamada Honeydew (melado), e esta serve de substrato para a criação de um fungo negro chamado Fumagina [3]. Esse fungo crescerá sobre as folhas na planta, fazendo com que a mesma perca área fotossintética, o que leva a perda de produtividade e aceleração no processo de maturação [3].

É um inseto que se reproduz várias vezes por ano e que não possui fase de repouso. Como resultado, as populações são sustentadas através da exploração contínua de múltiplos recursos hospedeiros, tanto selvagens e cultivados, durante o ciclo anual. A dispersão é portanto um componente integral da ecologia que permite a constatação de acolhimento e colonização em um ambiente em constante mudança.

Diante de todo levantamento biológico realizado a partir da problemática envolvendo a Mosca-branca, propomos o seguinte modelo:

$$\begin{cases} \frac{\partial \overline{O}}{\partial \overline{t}} = r\overline{M}\left(1 - \frac{\overline{O}}{\epsilon k + \overline{a}\overline{S}}\right) - \overline{\gamma}\overline{O} \ , \\ \frac{\partial \overline{N}}{\partial \overline{t}} = \overline{\gamma}\overline{O} - \overline{\theta N} - \overline{\mu_N}\overline{N} \ , \\ \frac{\partial \overline{M}}{\partial \overline{t}} = D\dfrac{\partial^2 \overline{M}}{\partial \overline{x}^2} - \overline{v}\dfrac{\partial \overline{M}}{\partial \overline{x}} + \overline{\theta N} - \overline{\mu_M}\overline{M} \ , \\ \frac{\partial \overline{S}}{\partial \overline{t}} = -\overline{\alpha}\overline{NS} - \overline{\beta MS} - \overline{\mu_S}\overline{S} \ , \\ \frac{\partial \overline{F}}{\partial \overline{t}} = \overline{\alpha}\overline{NS} + \overline{\beta MS} - \overline{\mu_F}\overline{F} \ , \end{cases} \tag{1}$$

no qual para as variáveis, os estádios da *B.tabaci* são divididos em: população de ovos (O), população de ninfas (N) e população de mosca adulta (M). E para a planta, temos: a população de Planta Suscetível (S) e a população de Planta com Fumagina (F).

[1]gustavohpetroli@gmail.com
[2]norberto.maidana@ufabc.edu.br

O parâmetro r significa a oviposição per capita realizada pela mosca adulta. O crescimento é dado por uma função logística, onde a oviposição é proporcional à quantidade de moscas ($r\overline{M}$) e é considerada uma saturação dada pela capacidade de suporte ($\epsilon k + \overline{a}\overline{S}$), sendo k as plantas daninhas que fazem com que o inseto sobreviva na entressafra, ϵ a quantidade de ovos por planta daninha e $\overline{a}$ a quantidade de ovos por Planta Suscetível.

A taxa de eclosão do ovo é dada por $\overline{\gamma}$ e $\overline{\theta}$ denota a taxa de evolução da ninfa. Os parâmetros $\overline{\alpha}$ e $\overline{\beta}$ são as taxas de contaminação da Planta suscetível pela Fumagina gerada através do *honeydew* da ninfa e da mosca adulta, respectivamente. O processo de contágio ocorre quando uma ninfa ou mosca adulta entra em contato com uma Planta Suscetível ($\overline{\alpha}\overline{NS}$) e ($\overline{\beta}\overline{MS}$), tornando a Planta infectada por Fumagina. A taxa de mortalidade da ninfa é denotada por $\overline{\mu_N}$, da mosca adulta por $\overline{\mu_M}$, da Planta suscetível por $\overline{\mu_S}$ e da Planta com Fumagina por $\overline{\mu_F}$.

Finalizando temos que a terceira equação, relativa à densidade de mosca adulta, é uma equação de reação-difusão composta por um termo difusivo com coeficiente constante D, que corresponde ao movimento aleatório da população de mosca adulta espacialmente no meio. Um termo de advecção $\overline{v}$, correspondendo à movimentação da mosca adulta, por algum movimento advectivo, como o vento. O termo $\overline{\theta}\overline{N} - \overline{\mu_M}$ representa o processo de reação da população, referente à função de aumento ou diminuição da densidade populacional.

Foram encontrados o ponto de equilíbrio trivial P_0, referindo-se a um estado na ausência de mosca-branca e o ponto não-trivial P^*, no qual ocorre a existência da mosca-branca em uma região. Buscamos soluções na forma de ondas viajantes [1] que representam neste caso um processo de invasão, ou seja, procuramos um método para achar as condições necessárias para a existência de uma trajetória T, no ortante do espaço de fase pertencente a região positiva [1], ligando os pontos de equilíbrios P_0 e P^*. Biologicamente temos que passamos de um estado sem mosca à um onde a mosca invadiu uma região propagando a fumagina na população de plantas.

Analisando a matriz jacobiana no ponto trivial do modelo proposto, observou-se que para que exista pelo menos uma variedade estável cujas trajetórias não oscilem em P_0, devemos garantir a existência de ao menos um autovalor real negativo [1]. Obtemos assim a velocidade mínima para que exista solução onda viajante ligando os dois pontos de equilíbrio, o que fornece a velocidade de propagação.

Referências

[1] J. D. Murray. Mathematical Biology I: An Introduction. *Ed. Springer*, Third Edition, Vol 17, 2001.

[2] P. A. Stansly and S. E. Naranjo. Bemisia: Bionomics and Management of a Global Pest. In *Springer Netherlands*, 2010.

[3] L. M. Vivan e S. M. M. Rodrigues. A Mosca-Branca (*Bemisia tabaci* Biótipo B) no Mato-Grosso. *Embrapa Algodão.* Circular técnica 111, 2007.