

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## Ajuste de uma curva logística a um conjunto de dados censitários via quadrados mínimos: uma discussão

Cristiane Novaki<sup>1</sup>

PROFMAT/UTFPR, Curitiba, PR

Mateus Bernardes<sup>2</sup>

Departamento Acadêmico de Matemática, UTFPR, Curitiba, PR

### 1 Introdução e desenvolvimento

A partir de dados oficiais disponibilizados pelo Instituto Paranaense de Desenvolvimento Econômico e Social (IPARDES, [1]) relativos ao município de Curitiba no período de 1920 a 2010 é possível verificar que a dinâmica de crescimento desta população apresenta comportamento logístico. Ajustou-se o modelo para os parâmetros representados por  $r$  (taxa de crescimento intrínseco) e  $K$  (capacidade suporte do meio) pelo método de quadrados mínimos discretos linear (conforme proposto por [3]), obtendo-se os valores  $r = 0,056$  e  $K = 2,367$  milhões.

Comparando-se os valores obtidos pelo modelo logístico e os dados censitários para o ano de 2010 e as estimativas oficiais estipuladas por este órgão para os anos de 2020 e 2030, percebe-se, na última coluna da tabela 1, que os erros relativos cometidos nesta aproximação estão aumentando com o tempo.

Tabela 1: Comparação entre os dados censitários e os modelados (\*: estimativa [1]).

Ano ( $t$ )	Censo Populacional	$P(t)$	Erro
2010	1.752	1.841	5%
2020	1.945*	2.041	5%
2030	2.031*	2.170	6,8%

Para encontrar um melhor ajuste, principalmente para a capacidade suporte ( $K$ ) trabalhou-se dentro do conjunto de dados, restringindo-o a intervalos mais curtos finalizando no ano de 2010. Deslocando-se a população inicial seguidamente, partindo de 1940, 1950, 1960 e assim sucessivamente até o ano de 1980, obteve-se, neste último intervalo os resultados mais expressivos, com  $r = 0,054$  e  $K = 2,176$  milhões, valores que diminuem os

---

<sup>1</sup>cris.nova@yahoo.com.br

<sup>2</sup>mbernardes@uftpr.edu.br

erros apresentados nas duas últimas linha da tabela 1 em relação às previsões oficiais para 0,6% (ano 2020) e 0,2% (ano 2030), sugerindo que a capacidade suporte para este modelo esteja um pouco abaixo do obtido inicialmente [2]. A figura 1 exhibe, à esquerda, o ajuste obtido usando-se o conjunto completo de dados, e, à direita, o ajuste obtido usando o conjunto restrito de dados, incluindo-se as estimativas para as duas décadas seguintes.

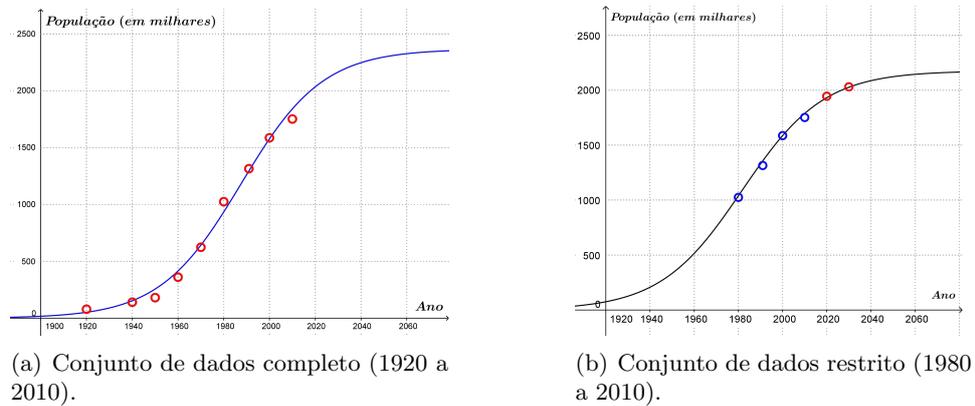


Figura 1: Dois modelos de ajuste via curva logística.

## 2 Conclusões

Uma vez que a capacidade suporte do meio é de grande interesse em aplicações, este trabalho propõe uma primeira aproximação para a questão do ajuste de parâmetros da curva logística via quadrado mínimos lineares. Espera-se numa segunda etapa que a inclusão de pesos sobre os resíduos neste método [4] forneça resultados mais robustos do que os aqui apresentados.

## Agradecimentos

Agradeço imensamente ao PROFMAT e à CAPES pelo apoio.

## Referências

- [1] IPARDES. Instituto Paranaense de Desenvolvimento Econômico e Social. 2016. Disponível em: <http://www.ipardes.pr.gov.br/imp/index.php>. Acesso em: 16 de julho de 2016.
- [2] C. Novaki. Equações de Diferenças na Projeção de Populações. Dissertação de Mestrado, Curitiba, 2016.
- [3] R.J. Santos. *Crescimento Logístico da População no Brasil*. Belo Horizonte, Imprensa Universitária da UFMG, 2009.
- [4] G. Strang and K. Borre, *Linear Algebra, Geodesy, and GPS*. Wellesley-Cambridge Press, 1997.