Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Resolução de problemas de transporte linear por partes: desempenho de dois *solvers* de otimização

Carise Elisane Schmidt[1]
Instituto Federal de Santa Catarina, IFSC, Chapecó, SC
Crisiane Rezende Vilela de Oliveira[2]
Instituto Federal do Paraná, IFPR, Curitiba, PR
Arinei Carlos Lindbeck da Silva[3]
Departamento de Engenharia de Produção, UFPR, Curitiba, PR

1 Resumo

O Problema de Transporte Linear por Partes (PTLP) é uma generalização natural do Problema de Transporte com Custo Fixo (PTCF), que possui uma estrutura linear por partes para representar o custo de envio de algum item em um arco. [1]. Esse custo é composto por uma parcela contínua, proporcional à quantidade transportada, e uma parcela fixa, associada à necessidade de utilização da rota.

Na formulação matemática, considere $I = \{1, ..., m\}$ o conjunto de origens, $J = \{1, ..., n\}$ o conjunto de destinos, S_i a oferta de cada fornecedor e D_j a demanda de cada consumidor. O custo de transporte da origem $i \in I$ para o destino $j \in J$ segue uma estrutura linear por partes com k_{ij} segmentos de linha no arco (i, j), denominados modos, cujo conjunto é denotado por Q. Cada modo $q \in Q$, de i para j, é caracterizado por um custo fixo g_{ijq} para uso do modo, e um custo variável c_{ijq} por unidade transportada. Além disso, o fluxo no modo q é restrito a um mínimo $L_{ij,q-1}$ e um máximo L_{ijq}, onde $L_{ij0} = 0$, sendo $L_{ijk} \leq min\{S_i, D_j\}$. Usando a formulação do Modelo de Múltipla Escolha [2] para representar a função linear por partes descontínua, o problema pode ser descrito por:

$$Min \sum_{i\in I} \sum_{j\in J} \sum_{q\in Q} (c_{ijq} \cdot x_{ijq} + g_{ijq} \cdot v_{ijq}). \tag{1}$$

$$\sum_{i\in I} \sum_{j\in J} x_{ijq} = D_j, \quad \forall j \in J. \tag{2}$$

$$\sum_{q\in Q} v_{ijq} \leq 1, \quad \forall (i, j), i \in I, j \in J. \tag{3}$$

[1]carise.schmidt@ifsc.edu.br
[2]crisiane.oliveira@ifpr.edu.br
[3]arinei@ufpr.br

$$\sum_{j \in J} \sum_{q \in Q} x_{ijq} \leq S_i, \quad \forall i \in I. \tag{4}$$

$$x_{ijq} \leq L_{ijq} \cdot vijq, \quad \forall (i,j,q), i \in I, j \in J, q \in Q. \tag{5}$$

$$x_{ijq} \geq L_{ij,q-1} \cdot vijq, \quad \forall (i,j,q), i \in I, j \in J, q \in Q. \tag{6}$$

A função objetivo (1) minimiza o custo total de abastecimento dos consumidores. Através de (2) cada consumidor deve receber uma quantidade igual a sua demanda; restrições (3) garantem que um único modo seja usado entre cada combinação de origem e destino; restrições (4) asseguram que a solução obedece às demandas de cada fornecedor, enquanto as restrições (5) e (6) limitam o fluxo dentro dos limites superior e inferior para o modo q, entre a origem i e o destino j. A variável inteira e não-negativa x_{ijq} representa o fluxo entre i e j no modo q, e a variável binária associada v_{ijq} assume valor 1 caso o modo seja usado e 0, em caso contrário.

Por ser uma generalização do PTCF, encontrar um fluxo de custo mínimo entre um conjunto de origens e destinos também é um problema NP-Difícil [3], cujo tempo computacional para obtenção de soluções exatas aumenta de forma não-polinomial. Com isso, avaliar outras metodologias de resolução, tais como métodos híbridos, torna-se importante. Visando uma futura aplicação no desenvolvimento de um método híbrido, o objetivo desse trabalho foi comparar o desempenho dos *solvers* Gurobi Optimizer© 7.0.1 e IBM ILOG CPLEX Interactive© 12.6.3 na resolução desse tipo de problema.

As instâncias de testes geradas envolveram apenas problemas quadrados, de ordem 15, 30, 50 e 100, com $q \in \{3, 5\}$ modos, seguindo a metodologia proposta por [1], com adaptações. Para cada um dos 8 grupos de problemas, foram geradas 30 instâncias. O desempenho dos *solvers* foi comparado, limitando o tempo de processamento em 120 segundos, e analisado os resultados com base nos valores da função objetivo atingidos.

Em relação ao total de problemas testados, o *solver* Gurobi apresentou vantagem em 66,25% deles, enquanto o Cplex obteve vantagem em apenas 15,83%. Analisando os resultados a partir do tamanho dos problemas, o desempenho do *solver* Gurobi foi superior em 5 dos 8 grupos testados, onde apresentou vantagem crescente à medida que a ordem dos problemas aumentou. Esse estudo apontou que, dentro das condições estabelecidas, o solver *solver* Gurobi apresentou melhor desempenho na resolução desse tipo de problema.

Referências

[1] T. R. L. Christensen and M. Labbé. A branch-cut-and-price algorithm for the piecewise linear transportation problem, *European Journal of Operational Research*, 245:645-655, 2015.

[2] K. L. Croxton, B. Gendron and T. L. Magnanti. A comparasion of mixed-integer programming models for nonconvex piecewise linear cost minimization problems, *Management Science*, 49(9):1268-1273, 2003.

[3] S. Sheng, Z. Dechen and X. Xiaofei. Genetic algorithm for the transportation problem with discontinuous piecewise linear cost function, *International Journal of Computer Science and Network Security*, 6(7A):182-189, 2006.