

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Modelo SIRC Fracionário

Ana Carla Ferreira Nicola Gomes¹

Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, Mestrado em Modelagem Computacional, FURG, Rio Grande, RS

Adriano De Cezaro²

Instituto de Matemática, Estatística e Física - IMEF, FURG, Rio Grande, RS

1 Introdução

O presente trabalho tem como enfoque o modelo compartimental SIRC [1], mas aqui abordado com o enlace da teoria do cálculo de ordem não inteira, objetivando a introdução da memória epidemiológica no sistema. Esta memória, é um componente do mecanismo de sobrevivência estando presente em todos os reinos biológicos, e já estudada com outro enfoque por [2].

2 O Modelo SIRC

Os modelos epidemiológicos, da perspectiva matemática, são obtidos através de equações diferenciais sendo tratados como modelos compartimentais e objetivando ilustrar a dinâmica de doenças infecciosas separando os indivíduos de uma população de acordo com seu estado em relação à doença.

O modelo SIRC, tem como acréscimo a inserção de um novo compartimento C, intitulado imunidade cruzada, aos modelos do tipo SIR [1, 2], que reúne os indivíduos em três compartimentos: Suscetíveis, Infectados e Recuperados. Por considerar esta imunidade parcial que existe nas doenças que sofrem mutações, tornou-se mais efetivo para descrever doenças como a Influenza A e outras [1]. Formalmente o modelo SIRC fracionário, pode ser exposto da seguinte forma (1):

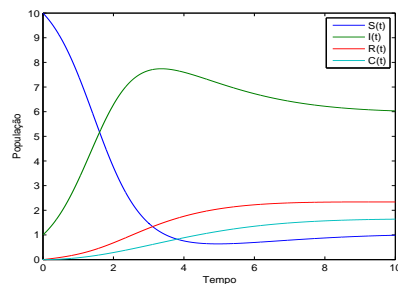
$$\begin{aligned}
 D_*^\theta(S(t)) &= \mu(N - S(t)) - \beta S(t)I(t) + \gamma C(t) \\
 D_*^\theta(I(t)) &= \beta S(t)I(t) + \sigma\beta C(t)I(t) - (\mu + \alpha)I(t) \\
 D_*^\theta(R(t)) &= (1 - \sigma)\beta C(t)I(t) + \alpha I(t) - (\mu + \delta)R(t) \\
 D_*^\theta(C(t)) &= \delta R(t) - \beta C(t)I(t) - (\mu + \gamma)C(t)
 \end{aligned} \tag{1}$$

¹anagomes.mat@gmail.com

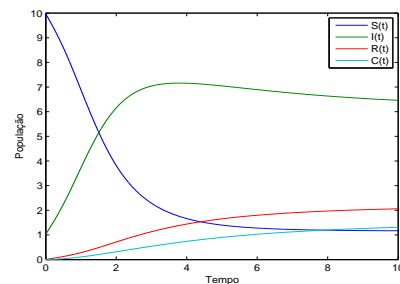
²adrianocezaro@furg.br

No modelo (1), $S(0) = S_0$, $I(0) = I_0$, $R(0) = R_0$ e $C(0) = C_0$ são as condições iniciais, μ é a taxa de mortalidade e natalidade, α, δ, γ são o inverso do tempo em que os indivíduos ficam no compartimentos I, R e C, respectivamente, σ é a probabilidade média de reinfeção e β é o contato entre os compartimentos S e I. Já $N = S + I + R + C$ e $0 < \theta \leq 1$ é a ordem "fracionária" (segundo Caputo) da derivada [3]. Em particular, quando $\theta = 1$ o modelo é o proposto por [1].

Podemos afirmar que existe uma única solução contínua, continuamente dependente das condições iniciais, dos parâmetros e de θ para o modelo (1). Nas figuras (1(a),1(b)), apresentamos os resultados numéricos com os parametros de [3] com algumas alterações, onde é possível perceber as diferenças quando $\theta = 1$ e $\theta = 0,8$.



(a) Solução para ordem = 1.



(b) Solução para ordem = 0,8.

3 Conclusões

É possível perceber que, a inserção da ordem fracionária no sistema causa um retardo no seu comportamento (1(b)), sendo esse o efeito da memória epidemiológica.

Agradecimentos

Ao PPGMC, a FURG e a CAPES.

Referências

- [1] R. Casagrandi, L. Bolzoni, S. A. Levin and V. Andreasen. The SIRC model and influenza A. *Mathematical Biosciences*, 2006. DOI:10.1016/j.mbs.2005.12.029.
- [2] A. Pimenov, T. C. Kelly, A. Korobeinikov, M. J. A. O'Callaghan, A. V. Pokrovskii, D. Rachinskii, Memory Effects in Population Dynamics: Spread of Infectious Disease as a Case Study, *Math. Model. Nat. Phenom.*, 2012. DOI: 10.1051/mmnp/20127313.
- [3] F. A. Rihan, D. Baleanu, S. Lakshmanan and R. Rakkiyappan. On Fractional SIRC Model with Salmonella Bacterial Infection. *Abstract and Applied Analysis*, 2014. DOI: 10.1155/2014/136263.