Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, v. 6, n. 1, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVII CNMAC, S.J. dos Campos - SP, 2017.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Esquema Explícito e Implícito aplicado a um Modelo Predador-Presa: Simulações numéricas

Kariston Stevan Luiz[1]
Juniormar Organista[2]
Neyva Maria Lopes Romeiro[3]
Eliandro Rodrigues Cirilo[4]
Paulo Laerte Natti[5]
Centro de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, UEL, Londrina, PR

1 Introdução

Neste trabalho são estudados dois métodos para discretizar um sistema difusivo de uma presa e de dois predadores concorrentes sob condições de fronteira de Dirichlet homogêneas [1], o método explícito e o método implícito. As implementações numéricas suscitaram análises sobre a estabilidade e convergência dos métodos.

2 Modelo Predador-Presa

Dado o sistema acoplado de equações diferenciais não lineares [1]

$$u_t = u_{xx} + u\left(a - u - \frac{\alpha v}{1+h_1 u} - \frac{\beta w}{1+h_2 u}\right),\ x \in (0,l),\ t > 0 \tag{1}$$

$$v_t = v_{xx} + v\left(\frac{e_1 u}{1+h_1 u} - \frac{e_1 v}{1+h_1 u} - c_1 w - d_1\right),\ x \in (0,l),\ t > 0 \tag{2}$$

$$w_t = w_{xx} + w\left(\frac{e_2 u}{1+h_2 u} - \frac{e_2 w}{1+h_2 u} - c_2 v - d_2\right),\ x \in (0,l),\ t > 0 \tag{3}$$

com condições de fronteira

$$\begin{aligned}
u(0,t) &= u(l,t) = v(0,t) = v(l,t) = w(0,t) = w(l,t) = 0,\ t > 0\\
u(x,0) &= u_0(x) = |\sin(x)|,\ x \in (0,l)\\
v(x,0) &= v_0(x) = |\cos(x)|,\ x \in (0,l)\\
w(x,0) &= w_0(x) = 0.1,\ x \in (0,l)
\end{aligned}$$

[1]kslpgmac@gmail.com
[2]juniormarorganista@gmail.com
[3]nromeiro@uel.br
[4]ercirilo@uel.br
[5]plnatti@uel.br

onde u é a população de presa, v e w são as populações de predadores e a, α, β, h_1, h_2, e_1, e_2, c_1, c_2, d_1, d_2 são constantes oriundas da modelagem matemática [1].

O sistema (1) - (3) foi resolvido numericamente usando duas formas de discretização das derivada via o método de diferenças finitas. A primeira resultante da aproximação do termo temporal por diferença progressiva, do termo espacial de segunda ordem por diferença central e os termos fontes não lineares aproximados no nível de tempo j, resultando em um sistema acoplado explícito de equações não lineares. A segunda resultante da discretização Crank-Nicholson na derivada temporal, do termo espacial de segunda ordem por diferença central e os termos fontes não lineares aproximados no nível de tempo $j+1$, resultando em um sistema implícito de equações acopladas não lineares no nível de tempo $j+1$, ou seja,

$$
\begin{aligned}
u_{i,j+1} &= \frac{1}{up}\left[\frac{u_{i+1,j+1}+u_{i-1,j+1}}{h^2}+\frac{2u_{i,j}}{k}-\frac{\alpha u_{i,j}\left(-v_{i,j}+v_{i,j+1}+h_1 u_{i,j}v_{i,j+1}\right)}{(1+h_1u_{i,j})^2}\right.\\
&+ u_{i,j}\left(a-u_{i,j}-\frac{\alpha v_{i,j}}{1+h_1u_{i,j}}-\frac{\beta w_{i,j}}{1+h_2u_{i,j}}\right)+u_{i,j}^2+\frac{u_{i+1,j}-2u_{i,j}+u_{i-1,j}}{h^2}\\
&+ \left.\frac{u_{i,j}\left(w_{i,j}-w_{i,j+1}-h_2u_{i,j}w_{i,j+1}\right)}{(1+h_2u_{i,j})^2}\right],
\end{aligned}
$$

$$
up = 2u_{i,j}-a+\frac{2}{h^2}+\frac{2}{k}+\frac{\alpha v_{i,j}}{(1+h_1u_{i,j})^2}+\frac{w_{i,j}}{(1+h_2u_{i,j})^2}.
$$

Similarmente, obtém-se $v_{i,j+1}$ e $w_{i,j+1}$.

3 Conclusões

As simulações numéricas permitiram comparar os métodos explícitos e implícito. Estudos sobre a estabilidade e convergência dos métodos foram realizados. Verificou-se que o processo de linearização dos termos fontes, apesar de gerar um grande número de manipulações algébricas, facilitou a implementação do código.

Referências

[1] Li, Haixia and Li, Yanling and Yang, Wenbin. *Existence and asymptotic behavior of positive solutions for a one-prey and two-competing-predators system with diffusion.* Nonlinear Analysis: Real World Applications., 27:261-282, 2016.

