

## Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

# Identificação de períodos em sistema com múltiplas escalas de tempo via transformada *wavelet* contínua complexa

Luciano Aparecido Magrini<sup>1</sup>

Programa de Pós Graduação em Computação Aplicada

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia - IFSP

Maria Teodora Ferreira<sup>2</sup>

Universidade do Vale do Paraíba - UNIVAP

Faculdade Bilac

Margarete O. Domingues e Elbert E. N. Macau<sup>3</sup>

Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada - INPE

## 1 Objetivos

Demonstrar que o comportamento periódico em sistemas dinâmicos com múltiplas escalas de tempo, particularmente diante da ocorrência de *burstings*, pode ser corretamente identificado pelo uso da transformada *wavelet* contínua complexa.

## 2 Dados e Metodologia

O sistema considerado constitui-se de dois sistemas de Lorentz caóticos acoplados com um parâmetro de controle responsável por introduzir escalas de tempo distintas [2] :

$$x' = \sigma(y - x) - c(aX + k); y' = rx - y - xz + c(aY + k); z' = xy - bz + c_z Z;$$

$$X' = \epsilon\sigma(Y - X) - c(x + k); Y' = \epsilon(rX - Y - XZ) + c(y + k); Z' = \epsilon(aXY - bZ) - c_z z.$$

As variáveis minúsculas e maiúsculas indicam os sistemas de dinâmica rápida e lenta cujo fator escala de tempo é a constante  $\epsilon = 0,1$ . A força de acoplamento  $c = 0.8$  torna o sinal periódico apesar do emprego das constantes  $\sigma = 10$ ,  $b = 8/3$  e  $r = 28$  [2], típicas do comportamento caótico. Considerou-se ainda  $a = 1$ ,  $k = 0$  e  $c_z = c$ . A integração se fez por Runge-Kutta de 4a. ordem com passo  $\Delta t = 0.01$  e condição inicial  $(0, 01, 0, 01, 0, 01, 0, 02, 0, 02, 0, 02)^T$ .

---

<sup>1</sup>magrini@ifsp.edu.br

<sup>2</sup>mteodoraf25@gmail.com

<sup>3</sup>{margarete.domingues,elbert.macau}@inpe.br

Nas variáveis  $x$  e  $y$  do sistema rápido, que apresentam *burstings*, aplicou-se a transformada *wavelet* contínua (CWT), com a *wavelet* complexa de Morlet  $\psi(t) = \exp\left(\frac{-t^2}{2}\right)\exp(5it)$ . Detalhes sobre esta função *wavelet* e sobre a CWT podem ser encontrados em [1] e referências lá citadas. A análise do espectro global permitiu identificar a escala  $s_M$  de maior energia, a partir dos coeficientes *wavelet* complexos associados a essa escala calculou-se a fase  $\phi_M$ . Utilizando essa técnica de obtenção de fase, os períodos existentes na série temporal, cf. Fig. 2 foram identificados corretamente. Para efeitos de comparação, incluiu-se também a fase  $\phi_H$ , calculada via Transformada de Hilbert; neste caso, apesar da correta identificação dos períodos existentes, a fase calculada apresenta variadas flutuações e ausência de crescimento linear, conforme esperado no caso de séries periódicas.

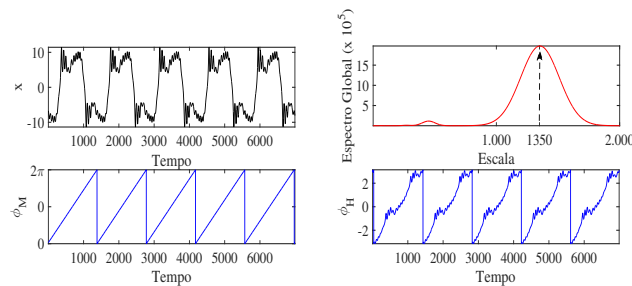


Figura 1: A escala  $s_M = 1350$  é a de maior energia e foi usada para o cálculo da fase  $\phi_M$ .

### 3 Conclusão e Trabalhos Futuros

Com o uso da CWT identificou-se corretamente os períodos existentes em séries com ocorrência de *burstings*. Essa metodologia se mostrou superior a metodologia de Hilbert para este caso, uma vez que o incremento da fase calculada em cada período aconteceu de modo linear. Como possibilidade de trabalhos futuros citamos a aplicação desta metodologia em dados reais relativos a sistemas biológicos e/ou químicos.

**Agradecimentos** Os autores agradecem o suporte financeiro das agencias CAPES, CNPq (proj. 306038/2015 – 3) e FAPESP (proj. 2015/25624 – 2).

### Referências

- [1] M. O. Domingues, O. Mendes, M. K. Kaibara, V. E. Menconi and E. Bernardes. Explorando a transformada *wavelet* contínua, *Revista Brasileira do Ensino de Física*, 38:1-20, 2016.
- [2] S. Soldatenko and D. Chichkine. Basic properties of slow-fast nonlinear dynamical system in the atmosphere-ocean aggregate modeling, *WSEAS Transactions on Systems*, 13:757-766, 2014.