Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, v. 6, n. 1, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVII CNMAC, S.J. dos Campos - SP, 2017.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

Modelagem matemática para o processo de fabricação de papel

Livia Maria Pierini[1] Kelly Cristina Poldi[2]

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, Campinas, SP

Nas indústrias papeleiras são produzidas bobinas grandes de diferentes larguras e gramaturas de papel, que são cortadas, posteriormente, para atender determinada demanda de itens finais. Na otimização desses processos produtivos, encontram-se os problemas de dimensionamento de lotes e de corte de estoque. Nesses contextos, o problema de corte de estoque apresenta-se associado ao problema de planejamento de produção. O objetivo desse trabalho é tratar tais problemas de maneira integrada, propondo um modelo para a produção e corte de papel, baseado no modelo proposto por [3], que consideram os custos de produção, de preparação e estoque, custos com a perda de material, a capacidade de produção e a produção de bobinas de apenas uma gramatura. Também foi proposta uma metodologia para a resolução do modelo. Considere as seguintes variáveis do modelo:

x_{mt}: número de bobinas produzidas na máquina m no período t;
w_{mt}: número de bobinas produzidas na máquina m estocadas no fim do período t;
z_{mt}: variáveis binárias que indicam a produção ou não de bobinas na máquina m no período t;
y^j_{mt}: número de bobinas produzidas na máquina m no período t cortadas usando o padrão de corte j;
e_t: vetor de itens finais que são estocados no final do período t e ϵ_t: variável de folga.

A seguir, são apresentados os parâmetros e o modelo integrado proposto.

$t = 1, ..., T$: o número de períodos no horizonte de planejamento;
$j = 1, ..., N_m$: o número de padrões de corte para as bobinas do tipo m;
$i = 1, ..., N$: o número de itens;
$m = 1, ..., M$: o número de máquinas que produzem bobinas de largura L_m;
c_{mt}: custo de produção da bobina na máquina m no período t;
h_t: custo/ton de estocar bobinas no final do período t;
b_m: peso da bobina produzida na máquina m;
f_m: peso de papel desperdiçado na preparação da máquina m;
s_{mt}: custo de preparação da máquina m para produzir a bobina no período t;
cp_t: custo/cm de perda de papel durante o processo de corte no período t;
σ_{it}: custo/ton de estocagem de itens finais do tipo i no período t;
η: vetor de pesos dos itens finais;
p_{jm}: perda de papel (por cm) no padrão de corte j usado para cortar uma bobina de largura L_m;
$F(t)$: perda no processo de corte das bobinas no período t;
D_t: demanda (ton) de papel no período t; C_{mt}: capacidade da máquina m no período t;
a_{jm}: vetor associado ao padrão de corte j para a bobina de largura L_m. Cada componente a_{ijm} representa o número de itens i cortados pelo padrão de corte j na bobina de largura L_m;
d_t: vetor da demanda de itens finais de papel no período t;
Q: número suficientemente grande.

$$\text{Minimizar} \sum_{t=1}^{T}\sum_{m=1}^{M}(c_{mt}x_{mt} + h_t b_m w_{mt} + s_{mt}z_{mt}) + \sum_{t=1}^{T}\sum_{m=1}^{M}\sum_{j=1}^{N_m} cp_t p_{jm} y^j_{mt} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{N}\sigma_{it}\eta_i e_{it}$$

[1] liviam.pierini@gmail.com
[2] kellypoldi@ime.unicamp.br

$$
\begin{aligned}
\text{sujeito a:}\quad & \sum_{m=1}^{M}(b_m x_{mt} + b_m w_{m,t-1} - b_m w_{mt}) - \epsilon_t = D_t, \qquad t = 1,...,T\\
& b_m x_{mt} + f_m z_{mt} \leq C_{mt}, \qquad m = 1,...,M; t = 1,...,T\\
& x_{mt} \leq Q\, z_{mt}, \qquad m = 1,...,M; t = 1,...,T\\
& \sum_{m=1}^{M}\sum_{j=1}^{N_m} a_{jm} y^j_{mt} + e_{t-1} - e_t = d_t, \qquad t = 1,...,T\\
& \sum_{j=1}^{N_m} y_{mt} = x_{mt} + w_{m,t-1} - w_{mt}, \qquad m = 1,...,M; t = 1,...,T\\
& w_{m0} = 0, \;\; e_0 = 0, \qquad m = 1,...,M\\
& x_{mt} \geq 0, \;\; w_{mt} \geq 0 \;\; e \;\; inteiros, \qquad m = 1,...,M; t = 1,...,T\\
& z_{mt} \in \{0,1\}, \qquad m = 1,...,M; t = 1,...,T\\
& y^j_{mt} \geq 0, \;\; e_t \geq 0 \;\; e \;\; inteiros, \qquad m = 1,...,M; t = 1,...,T\\
& \epsilon_t \geq 0, \qquad t = 1,...,T.
\end{aligned}
$$

O modelo tem como objetivo minimizar os custos de produção e estoque, custo de *setup* na produção de bobinas e perda de material no processo de corte, sujeito às restrições de balanceamento de estoque de bobinas e itens, restrições de capacidade, restrições de acoplamento, restrições das variáveis binárias e restrições de não negatividade das variáveis. A variável de folga ϵ_t foi adicionada ao modelo por problemas de factibilidade, isto é, pela dificuldade de gerar modelos factíveis.

Para a resolução do modelo proposto, foi utilizado o método de geração de colunas [2], que trata a dificuldade encontrada devido ao alto número de possíveis padrões de corte. Em seguida, foi aplicada a heurística *relax-and-fix* para encontrar uma solução inteira para as variáveis binárias e, por fim, o pacote CPLEX [1] foi utilizado para encontrar uma solução inteira para as demais variáveis. Testes computacionais foram realizados para 9 classes, com 10 exemplos gerados aleatoriamente. O número de períodos foi variado de 8 a 10 e o número de itens, de 5 a 20. Foram consideradas 2 máquinas, ou seja, dois comprimentos de bobinas. Os resultados mostraram que, utilizando a metodologia adotada, é possível resolver o modelo obtendo bons *gaps*, pois os *gaps* foram, em média, menores que $0,42569\%$, em um tempo computacional pequeno, sendo o maior tempo gasto para resolver os modelos de $65,225$ segundos.

Agradecimentos

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Referências

[1] CPLEX 12.6.1. *Users manual and reference manual.* ILOG S.A., 2014.

[2] P. C. Gilmore and R. E. Gomory. A linear programming approach to the cutting-stock problem. *Operations Research*, v. 9 (6): 849–859, 1961.

[3] S. C. Poltroniere et al. A coupling cutting stock-lot sizing problem in the paper industry. *Annals of Operations Research*, 157:91–104, 2008.

