

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## A equação de KPZ e sua relação com uma estrutura resistente a alta compressão

Mariana Pelissari Monteiro Aguiar Baroni<sup>1</sup>

IFSP - Campus São Paulo

Luciana Magalhães Rebêlo Alencar<sup>2</sup>

IFCE - Campus Caucaia

Luciano Aparecido Magrini<sup>3</sup>

IFSP - Campus São Paulo; INPE

### 1 Introdução

Na natureza, um material de baixo custo e fácil aquisição que apresenta a capacidade de suportar uma grande compressão no sentido longitudinal é a casca do ovo. Suas propriedades são notáveis, tanto pelo ponto de vista mecânico como estrutural. Do ponto de vista mecânico, a casca do ovo resiste a uma grande quantidade de força longitudinal. Além da importância biológica, existe uma grande importância econômica também. A casca precisa ser resistente o bastante para maximizar o número de ovos comercializáveis [2, 5].

Neste trabalho analisamos a implementação da equação de Kardar-Parisi-Zhang (KPZ), adaptada para as características da casca do ovo, de forma a simular o processo de formação da casca do ovo. Assim, conhecendo esse processo e obtendo um perfil de crescimento, poderemos adaptar projetos arquitetônicos que necessitem de alta resistência à compressão, dentre outras aplicações.

### 2 A equação de KPZ adaptada

A equação de KPZ é a equação de crescimento mais simples que descreve o processo de crescimento/formação de uma interface e/ou superfície [1, 3]. Para que esta equação possa descrever o processo de formação da casca do ovo, precisamos adapta-la para que as soluções sejam o mais próximo possível das condições reais. Diante disso, nos basearemos nas considerações realizadas por [2, 5].

Para o desenvolvimento inicial da primeira membrana da casca do ovo em sua parte externa, composta por "botões mamilares", utilizamos o sistema de equações [2]:

$$x(t) = (a + vt \sin(\psi)) \cos(\psi) + x_0 \quad (1)$$

---

<sup>1</sup>mariana.baroni@gmail.com

<sup>2</sup>lucianamagal@gmail.com

<sup>3</sup>luciano.magrini@hotmail.com

$$z(t) = (b + vt \sin(\psi)) \cos(\psi) \quad (2)$$

para modelar o crescimento de cada botão mamilar em uma forma elíptica.

Depois dessa primeira fase de desenvolvimento em estruturas colunares, a deposição de cálcio é uniforme e apresenta uma relaxação na superfície, características da equação de KPZ. A forma adaptada da equação de KPZ para essa segunda fase de formação é [2,5] dada por:

$$\frac{\partial h(x,t)}{\partial t} = v \frac{\partial^2 h(x,t)}{\partial x^2} + \lambda \sqrt{1 + \left(\frac{\partial h(x,t)}{\partial x}\right)^2} + \psi(x,t) \quad (3)$$

### 3 Consideração Finais

Neste trabalho, estamos estudando a equação de KPZ em busca de modelar e preservar características do processo de crescimento de uma estrutura com alta resistência à compressão – a casca do ovo.

Em uma primeira fase do projeto estudamos o processo de formação da casca do ovo [4]. Em seguida, iniciamos os estudos em 1D e 2D dessa equação. Também analisamos o caso de discretização da equação de KPZ que evita as instabilidades numéricas, provenientes do método numérico adotado e o termo não-linear da equação [3]. Finalmente, estudamos uma adaptação da equação de KPZ para o processo de crescimento da casca do ovo.

As próximas etapas para a finalização do trabalho são: desenvolver os algoritmos para a primeira e segunda fase do processo de crescimento da casca do ovo em 1D, fazer comparações das soluções do modelo com imagens de perfis reais, a fim de detectar semelhanças entre as mesmas, e descrever o processo real de formação da casca do ovo, iniciar os estudos para o desenvolvimento em 2D do modelo, e aplicar o conhecimento obtido em projetos arquitetônicos que demandam alta resistência a compressão.

### Referências

- [1] M. P. M. A Baroni. Análise Matemático-Computacional de Superfícies Irregulares: Aplicações para Materiais Ativos Nanoestruturados. Dissertação (Mestrado em Computação Aplicada). INPE, 2005.
- [2] P. Jeraldo, J. L. Arias, F. Lund, S. Maeckelberghe and D. Walgraef. Towards a quantitative model of eggshell growth: a two-dimensional study, *Proceedings of the 9th International Symposium on biomineralization*, 155-164, 2007.
- [3] V. G. Miranda. Estudo numérico da equação de Kardar, Parisi e Zhang. Dissertação (Mestrado em Física). UFF, 2009.
- [4] W. M. Oliveira and M. P. M. A. Baroni. Formação de superfície utilizando a solução numérica da equação de KPZ, *Anais do 3º Congresso de Iniciação Científica e Tecnológica do IFSP*, 2012.
- [5] D. Walgraef. On the growth, development and structure of eggshells. *Research Report (unpublished)*, 2005.