Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, v. 6, n. 1, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVII CNMAC, S.J. dos Campos - SP, 2017.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Aplicação das Aritméticas Intervalares de Moore e RDM na Função Densidade com Distribuição Beta

Dirceu A. Maraschin Jr[1]
Programa de Pós-Graduação em Computação, CDTec, UFPel, Pelotas, RS
Lucas M. Tortelli[2]
Programa de Pós-Graduação em Computação, CDTec, UFPel, Pelotas, RS
Alice F. Finger[3]
Unipampa, Campus Alegrete, Alegrete, RS
Aline B. Loreto[4]
UFSM, Campus Cachoeira do Sul, Cachoeira do Sul, RS

1 Introdução

Quando trabalhamos com cálculos numéricos em ambientes computacionais, o resultado está sujeito a erros gerados por arredondamentos ou truncamentos, podendo levar a resultados incorretos. Na área estatística, o valor numérico das funções densidade de probabilidade é obtido através da integração numérica, sendo o resultado obtido por aproximação e, por isso, afetado por erros.

Ao utilizar intervalos para representação de valores reais, torna-se possível controlar a propagação desses erros. Nesse contexto, o presente trabalho possui como objetivo aplicar duas abordagens acerca da aritmética intervalar na função densidade de probabilidade com distribuição Beta: Aritmética de Moore [3] e RDM [1], a fim de verificar qual aritmética retorna resultados mais exatos, além de realizar a análise de qualidade desses resultados.

2 Metodologia

A distribuição Beta é um modelo probabilístico para uma variável aleatória X definida no intervalo $[0, 1]$. A equação (1) expõe a função Beta [2], onde α e β são parâmetros.

$$f_B(x, \alpha, \beta) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} \int_0^1 x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}dx \tag{1}$$

Na aritmética de Moore, o conjunto que representa todos os intervalos fechados de números reais é dado como $\{\mathbf{x} = [\underline{x}, \bar{x}] | \underline{x}, \bar{x} \in \mathbb{R}, \underline{x} \leq \bar{x}\}$. Na aritmética RDM não só as

[1]dirceu.maraschin@gmail.com
[2]lmtortelli@inf.ufpel.edu.br
[3]alicefinger@unipampa.edu.br
[4]aline.loreto@ufsm.br

bordas do intervalo são consideradas, como em Moore, mas qualquer valor entre os limites $\underline{x}$ e $\bar{x}$. Logo, o intervalo $\mathbf{x}$ é descrito da forma $\mathbf{x} = \{x : x = \underline{x} + \alpha_x(\bar{x} - \underline{x}), \alpha_x \in [0, 1]\}$.

A implementação da função foi feita utilizando linguagem de programação Python através do ambiente IntPy. Para a análise de qualidade dos resultados, fez-se uso da métrica de erro relativo.

3 Resultados

Como forma de computar os dados e obter as soluções numéricas pretendidas, foram utilizados três grupos de dados. A Tabela 1 apresenta os dados de entrada e seus respectivos resultados, real e intervalar.

Tabela 1: Aplicação dos parâmetros à função densidade nas formas real e intervalar

Grupo	x	α	β	Valor Real	Valor Intervalar (Moore e RDM)
1	0.222	1.777	2.222	[1.326767382571450105]	[1.326767382571449883, 1.326767382571450105]
2	0.322	1.777	3.228	[1.827952566032753579]	[1.827952566032753356, 1.827952566032753579]
3	0.750	1.760	2.760	[0.560744430584336095]	[0.560744430584335984, 0.560744430584336095]

Percebe-se que os resultados intervalares são iguais quando aplicadas as aritméticas de Moore e RDM. Isso ocorre devido a função Beta possuir apenas uma variável aleatória, x, estando diretamente relacionado à definição de multidimensionalidade de Piegat e Landowski [1]. Aplicando-se a medida de erro relativo aos intervalos obtidos, obteve-se os seguintes valores, respectivamente: $0.0 \leq 8.36 \times 10^{-17}$, $0.0 \leq 6.07 \times 10^{-17}$ e $0.0 \leq 9.89 \times 10^{-17}$. A desigualdade se manteve em todos os resultados, indicando a qualidade do intervalo.

4 Conclusões

Com o cálculo da função densidade com distribuição Beta constatou-se a possibilidade de obter a exatidão nos resultados. Através da análise da qualidade dos intervalos solução obtidos pelas aritméticas de Moore e RDM, verifica-se ambas as aritméticas retornam resultados iguais, exatos e confiáveis devido a utilização da aritmética intervalar.

Referências

[1] A. Piegat, M. Landowski. *Two interpretations of multidimensional rdm interval arithmetic-multiplication and division.* International Journal of Fuzzy Systems, v. 15, n. 4, p. 486-496, 2013.

[2] M. P. Naghettini, E. J. A Pinto. *Hidrologia Estatística.* CPRM - Serviço Geológico do Brasil. 2007. ISBN 978-85-7499-023-1.

[3] R. E. Moore, R. B. Kearfott, and M.J. Cloud. *Introduction to Interval Analysis.* Prentice-Hall, USA, 1966. ISBN 978-0-898716-69-6.