

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

**Fenômenos de Primeira Passagem em Redes**Marcelo Sousa Chaves<sup>1</sup>

Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional, CEFET-MG, Belo Horizonte, MG

Thiago Gomes de Mattos<sup>2</sup>

Departamento de Física e Matemática, CEFET-MG, Belo Horizonte, MG

Allbens Atman Picardi Faria<sup>3</sup>

Departamento de Física e Matemática, CEFET-MG, Belo Horizonte, MG

**1 Introdução**

Fenômenos de Primeira Passagem (FPP) constituem uma importante área de pesquisa na qual se estuda a estatística dos tempos de primeira ocorrência de um determinado evento dentro de uma dinâmica estocástica. Trata-se de um tópico bastante ativo [1, 2] e que proporciona aplicações em diversas áreas de pesquisa tais como, Física, Química, Matemática, Computação, Neurologia, Finanças, Ciência dos Materiais e Ecologia.

Outra importante área de pesquisa que tem atraído bastante atenção nas últimas décadas é a teoria das redes complexas [3]. Importantes descobertas do final do Séc. XX acerca da conectividade das redes provocaram um aumento na produção de trabalhos científicos em teoria dos grafos.

Este trabalho está sendo desenvolvido na confluência dessas duas áreas de pesquisa e trata essencialmente de um estudo estatístico de tempos de primeira passagem (TPP) para caminhadas aleatórias em redes com diferentes topologias e conectividades.

**2 Tempos de Primeira Passagem**

Mattos e colaboradores [4], estudaram as estatísticas de primeira passagem por fronteiras absorventes de partículas executando caminhadas aleatórias em domínios bidimensionais fechados com diferentes geometrias. Nesse estudo, os autores analisaram o comportamento da distribuição estatística do índice de uniformidade  $\omega$ , que é definido como

$$\omega = \frac{\tau_i}{\tau_i + \tau_j}, \quad (1)$$

---

<sup>1</sup>marcelochaves.chaves@gmail.com<sup>2</sup>tgmatos@des.cefetmg.br<sup>3</sup>atman@dppg.cefetmg.br

sendo  $\tau_k$  o tempo do primeiro encontro da partícula  $k$  com uma fronteira absorvente.  $\omega$ , que por definição está restrito ao intervalo  $0 \leq \omega \leq 1$ , fornece uma medida da probabilidade de que dois eventos de primeira passagem independentes ocorram em tempos similares. A distribuição  $P(\omega)$  pode ter duas formas distintas: unimodal, quando o tempo médio de primeira passagem (TMPP) efetivamente caracteriza o comportamento de primeira passagem, ou bimodal, caso em que o TMPP não constitui uma boa medida para caracterizar o processo. A análise de  $P(\omega)$  complementa a análise da distribuição dos tempos de primeira passagem,  $P(\tau)$ .

Neste trabalho estamos aplicando essas e outras ferramentas para caracterizar as distribuições dos TPP em redes: o caminhante aleatório se move entre os vértices conectados de redes cujas topologias vão desde redes regulares até redes livre de escala. Os TPP são calculados para diversos tipos de situações: partindo de um *hub* e retornando ao mesmo (nesse caso fala-se de tempo de primeiro retorno), partindo de um *hub* e chegando a um ramo terminal da rede, etc.

## Agradecimentos

Este trabalho foi financiado parcialmente pela FAPEMIG, CAPES, CNPq e CEFET-MG.

## Referências

- [1] S. Redner. *A Guide to First-Passage Processes*. Cambridge University Press, United States of America, 2007.
- [2] R. Metzler, G. Oshanin and S.Redner. *First-Passage Phenomena and their Applications*. World Scientific Publishing Company, Singapore, 2014.
- [3] A. L. Barabási. *Linked: How Everything is Connected to Everything else and What it Means for Business, Science, and Everyday Life*. Plume Books, New York, 2003.
- [4] T. G. Mattos, C. Mejía-Monasterio, R. Metzler and G. Oshanin, First Passages in Bounded Domains: When is the Mean First Passage Time Meaningful?, *Physical Review E*, 2012. DOI: 10.1103/PhysRevE.86.031143.