

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Análise Wavelet de Tacogramas Teóricos e Experimentais de Adultos Sadios

Ronaldo M. Evaristo¹

Laboratório de Controle e Processos Industriais, IFPR, Telêmaco Borba, PR

Programa de Pós-Graduação em Ciências, UEPG, Ponta Grossa, PR

Antonio M. Batista² José D. Szezech Jr³

Departamento de Matemática e Estatística, UEPG, Ponta Grossa, PR

Ricardo L. Viana⁴

Departamento de Física, UFPR, Curitiba, PR

Kelly C. Iarosz⁵

Instituto de Física, USP, São Paulo, SP

Moacir F. de Godoy⁶

Faculdade de Medicina de São José do Rio Preto, FAMERP, São José do Rio Preto, SP

Resumo. O crescente número de casos envolvendo doenças cardiovasculares vem motivando a comunidade científica a buscar novas técnicas, modelos matemáticos e inovações tecnológicas para complementar os métodos de avaliação de desempenho do coração já existentes. Dentre tais, destacam-se as análises não invasivas, capazes de detectar patologias leves e moderadas. Tomando-se esse viés, apresenta-se neste trabalho um modelo matemático que simula a morfologia do eletrocardiograma de um adulto sadio e leva a tacogramas mais realistas quando comparados com dados experimentais de 62 pacientes sadios.

Palavras-chave. Coração, Variabilidade da Frequência Cardíaca, Processos Autorregressivos, Transformada Wavelet Discreta.

1 Introdução

O coração humano é um órgão monitorado pelo Sistema Nervoso Autônomo (SNA), responsável por controlar a vida vegetativa (involuntária), isto é, a musculatura lisa, a musculatura cardíaca e as glândulas exócrinas, cujas funções se relacionam com os sistemas respiratório, circulatório e gastrointestinal do sujeito [2]. É dividido em dois subsistemas: Sistema Nervoso Simpático (SNS) e Sistema Nervoso Parassimpático (SNP). O SNP é responsável pelo controle do corpo em repouso, enquanto que o SNS atua em situações de alerta como, por exemplo, susto, medo, exercícios físicos e estresse mental [1].

¹ronaldo.evaristo@ifpr.edu.br

²antoniomarcosbatista@gmail.com

³jdani@gmail.com

⁴rlv640@gmail.com

⁵kiasz@gmail.com

⁶mf60204@gmail.com

No coração, o regime sinusal (funcionamento normal em, aproximadamente, 70 batimentos por minuto (bpm)) é controlado pelo SNP. Caso o sujeito passe por alguma situação de alerta, o aumento da atividade cardíaca é controlado pelo SNS [2].

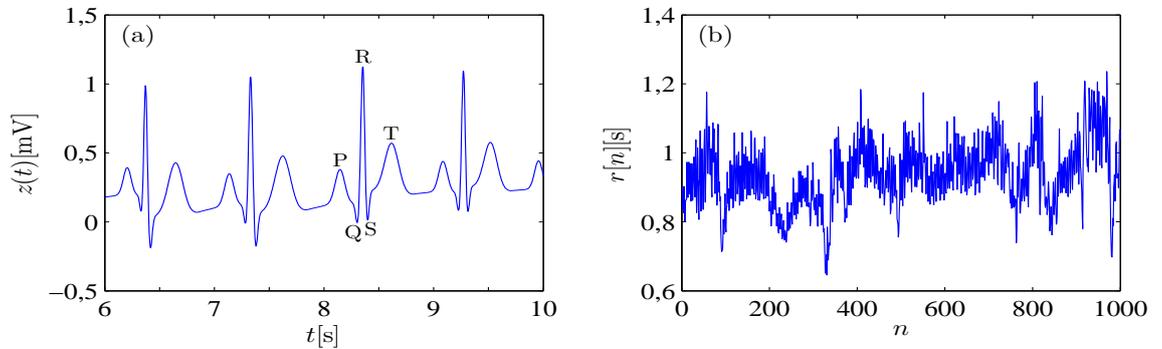


Figura 1: Medidas de atividades elétricas no coração. Em (a) apresenta-se a morfologia padrão do eletrocardiograma de um adulto sadio, enquanto que em (b) encontra-se seu respectivo tacograma.

O registro mais utilizado para avaliar a atividade elétrica do coração é o eletrocardiograma (ECG), cuja forma padrão é apresentada na Figura 1(a) possuindo três formas de onda básicas (P, QRS e T). A onda P representa a despolarização (contração) dos átrios. Neste momento, o sangue passa dos átrios para os ventrículos. O complexo QRS representa a contração ventricular (sístole), onde o sangue é forçado para fora dos ventrículos, sentido aos pulmões e ao resto do corpo. A onda T representa a repolarização dos ventrículos (diástole), isto é, a relaxação do coração. Neste momento o sangue venoso (não oxigenado) entra no átrio direito, enquanto o sangue oxigenado (arterial) oriundo dos pulmões acessa o átrio esquerdo, ficando o coração preparado para o próximo ciclo [5].

A análise da Variabilidade da Frequência Cardíaca (VFC) [11] via ECG é um método não invasivo importante na detecção de patologias leves e moderadas associadas ao SNA como arritmias, bradicardias e taquicardias, além de distúrbios na relação entre os SNS e SNP. Esta análise é feita pela avaliação do intervalo entre ondas R consecutivas. O sinal de tempo discreto obtido pelo registro desses intervalos RR, denotado por $r[n]$, com $0 \leq n \leq N - 1$, é conhecido como tacograma. A Figura 1(b) mostra um exemplo de tacograma, obtido da Figura 1(a).

Na referência [1] são revisadas várias técnicas para análise do tacograma, tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. Além disso, os autores descrevem as relações entre a VFC e pacientes pertencentes a alguns grupos de risco como consumo de álcool e cigarro, uso de medicamentos, diabetes, entre outros.

No domínio da frequência, o espectro do tacograma possui duas bandas principais [1, 10]: Baixa Frequência (BF), intervalo $0,04 \leq f \leq 0,15$ Hz; Alta Frequência (AF), intervalo $0,15 \leq f \leq 0,4$ Hz. As atividades dos SNP e SNS são associadas, respectivamente, às bandas AF e BF. Como durante o exame o sujeito permanece acordado em posição de repouso, se espera somente a atuação do SNP. Desta forma, um paciente sadio deve possuir baixa atividade em BF e alta em AF.

Neste trabalho apresenta-se, por meio do espectro de energia da Transformada Wavelet

Discreta (TWD) [4, 12] que o tacograma pode ser melhor aproximado por um processo estocástico autorregressivo (AR) do que por meio dos espectros gaussianos introduzidos em [7].

Por fim, estrutura-se este trabalho da seguinte forma: na Seção 2 é apresentado o modelo matemático responsável por simular os batimentos cardíacos; a Seção 3 trata da Transformada Wavelet Discreta (TWD); na Seção 4 são mostrados os resultados obtidos e na última seção as conclusões são apresentadas.

2 Modelo Matemático para Batimentos Cardíacos

Neste trabalho, é utilizado um modelo matemático de três equações diferenciais acopladas introduzido por McSharry e colaboradores [7],

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \alpha x - \omega y, \\ \dot{y} &= \alpha y + \omega x, \\ \dot{z} &= z_0 - z - \sum_i a_i \Delta\theta_i e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta\theta_i}{b_i}\right)^2}, \end{aligned} \tag{1}$$

com $i \in \{P, Q, R, S, T\}$, $\alpha = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$, $\Delta\theta_i = (\theta - \theta_i) \bmod 2\pi$, $\theta = \arctan 2(y, x)$ e $z_0(t) = A \sin(2\pi f_2 t)$, onde a amplitude é dada por $A = 0,15\text{mV}$ e a frequência de respiração do indivíduo adulto é dada por $f_2 = 0,25\text{Hz}$. Os demais parâmetros do modelo são apresentados na Tabela 1, salvo a velocidade angular ω que é calculada por $\omega(t) = 2\pi/r(t)$, onde $r(t)$ é a conversão discreto-contínua do tacograma $r[n]$ [8].

Tabela 1: Parâmetros do modelo apresentado na Equação (1).

Índice (i)	P	Q	R	S	T
Tempo [s]	-0,2	-0,05	0	0,05	0,3
θ_i [rad]	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$
a_i	1,2	-5	30	-7,5	0,75
b_i	0,25	0,1	0,1	0,1	0,4

No trabalho apresentado originalmente por McSharry *et al.* [7], o tacograma $r[n]$ é determinado pela transformada inversa de Fourier [8] do espectro $H_G(f) = |H_G(f)| e^{i\Phi}$, com módulo (Figura 2(a))

$$|H_G(f)| = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{\sqrt{2\pi c_1^2}} e^{\frac{1}{2}\left(\frac{f-f_1}{c_1}\right)^2} + \frac{\sigma_2^2}{\sqrt{2\pi c_2^2}} e^{\frac{1}{2}\left(\frac{f-f_2}{c_2}\right)^2}}, \tag{2}$$

fase Φ aleatória uniformemente distribuída entre $-\pi$ e π e $f_1 = 0,1\text{Hz}$, $f_2 = 0,25\text{Hz}$, $c_1 = 0,01$, $c_2 = 0,01$ e $\sigma_1^2/\sigma_2^2 = 0,5$.

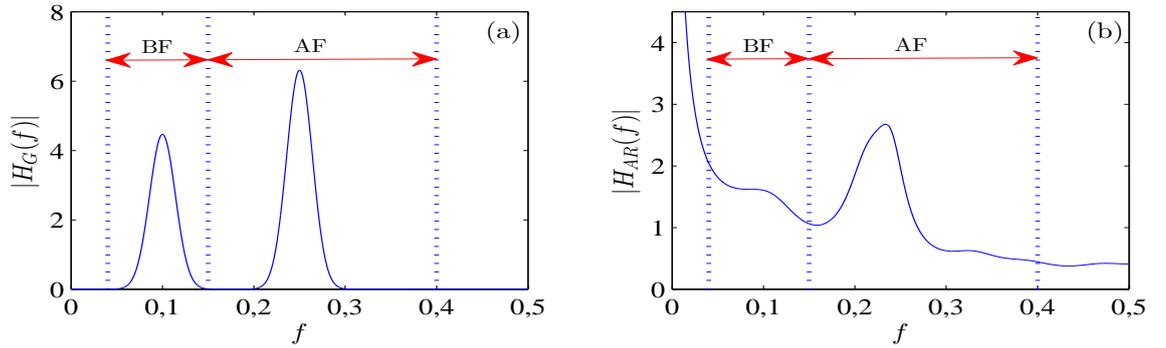


Figura 2: Representação do espectro gaussiano (a) e espectro autorregressivo (b), com suas respectivas faixas de baixa frequência (BF) e alta frequência (AF).

Aqui, o procedimento de geração do tacograma é alterado. Ao invés de se utilizar a Equação (2), a sequência $r[n]$ é tomada como sendo uma realização de um processo AR,

$$R[n] = \sum_{l=1}^p d_l R[n-l] + \varepsilon[n], \quad (3)$$

onde $\varepsilon[n]$ é um ruído branco com média zero e variância unitária. A ordem do modelo é $p = 16$, com base no trabalho de Boardman et al. [3], e os coeficientes utilizados são: $d_1 = -0,9099$, $d_2 = 0,5188$, $d_3 = -0,2840$, $d_4 = -0,2063$, $d_5 = 0,0382$, $d_6 = 0,0709$, $d_7 = 0,0305$, $d_8 = -0,1533$, $d_9 = 0,0009$, $d_{10} = -0,0070$, $d_{11} = -0,0218$, $d_{12} = 0,0043$, $d_{13} = 0,0316$, $d_{14} = 0,0155$, $d_{15} = -0,0591$ e $d_{16} = 0,0252$.

O espectro da Equação (3) é obtido por

$$|H_{AR}(f)| = \frac{1}{\left| 1 - \sum_{l=1}^p d_l e^{-i2\pi fl} \right|}, \quad (4)$$

mostrado na Figura 2(b).

3 Transformada *Wavelet* Discreta (TWD)

A TWD é um tipo de decomposição em multibandas baseada em bancos de filtros espelhados em quadratura de dois canais [8], conforme mostra a Figura 3. Os filtros wavelet $\{h[n] : n = 0, \dots, L-1\}$ e escala $\{g[n] : n = 0, \dots, L-1\}$ são construídos de acordo com a família de wavelets utilizada, sendo L o comprimento do filtro. Neste trabalho, foi escolhida a família de Daubechies [4] com $L = 80$ e não foram considerados aspectos de reconstrução.

Os coeficientes $w[n]$ e $v[n]$ são obtidos por convoluções circulares de $r[n]$ com as versões reversas dos filtros $h[n]$ e $g[n]$ seguidas de decimação por fator dois.

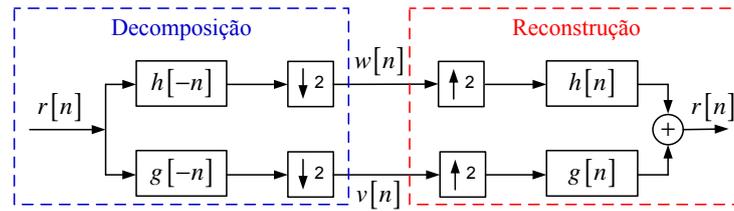


Figura 3: Banco de filtros utilizado pela Transformada Wavelet Discreta.

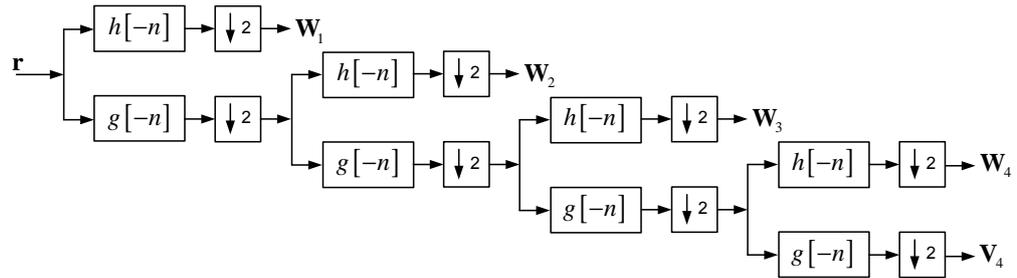


Figura 4: Esquema representativo da decomposição de um tacograma em quatro níveis pela Transformada Wavelet Discreta.

A Figura 4 mostra a decomposição em quatro níveis utilizada neste estudo. Os sinais são representados por matrizes, visto que possuem comprimento finito.

A Figura 5 mostra a relação entre os coeficientes wavelet e suas respectivas bandas de frequências e como as bandas BF e AF se distribuem sobre o espectro. Isso permite que sejam definidas duas bandas: Wavelet Baixa Frequência (wBF), intervalo $\frac{1}{32} \leq f \leq \frac{1}{8}$ Hz; Wavelet Alta Frequência (wAF), intervalo $\frac{1}{8} \leq f \leq \frac{1}{2}$ Hz.

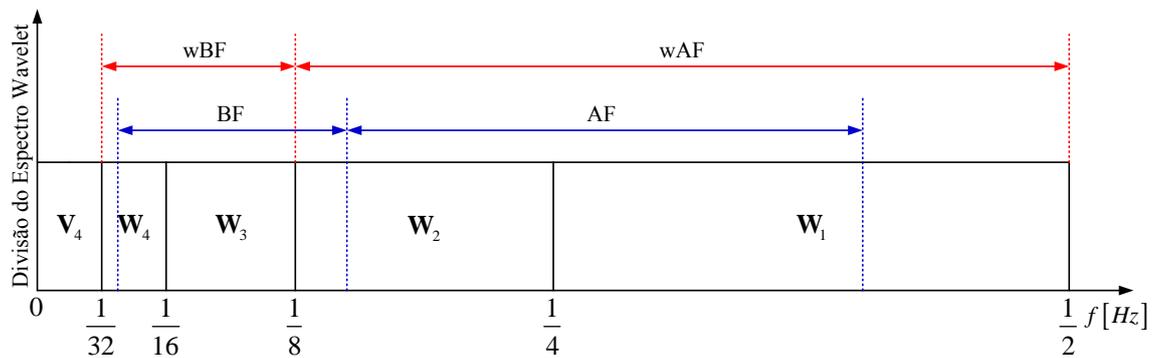


Figura 5: Esboço da divisão do espectro de frequências feita pela Transformada Wavelet Discreta.

A energia do tacograma pode ser calculada por $\|\mathbf{r}\|^2 = \|\mathbf{V}_4\|^2 + \sum_{j=1}^4 \|\mathbf{W}_j\|^2$, com $\|\mathbf{r}\|^2 = \mathbf{r}^T \mathbf{r}$. Já, as energias nas bandas wBF e wAF podem ser determinadas por,

$$\|\mathbf{W}_{AF}\|^2 = \|\mathbf{W}_1\|^2 + \|\mathbf{W}_2\|^2 \quad \text{e} \quad \|\mathbf{W}_{BF}\|^2 = \|\mathbf{W}_3\|^2 + \|\mathbf{W}_4\|^2. \quad (5)$$

4 Resultados

Neste trabalho, utiliza-se o espectro a fim de se obter a velocidade angular ω utilizada na Equação (1) e conseqüentemente o ECG. São gerados 124 sinais de ECG teóricos, sendo 62 pelo espectro gaussiano (Eq.(2)) e 62 pelo espectro autorregressivo (Eq. (4)) e, em seguida, são retirados seus respectivos tacogramas para serem comparados com 62 tacogramas experimentais coletados de adultos sadios. Todos os tacogramas possuem $N = 1000$.

Para cada tacograma são calculadas as energias da Equação (5) e obtidas $\|W_{BF}\|_G^2$, $\|W_{BF}\|_{AR}^2$ e $\|W_{BF}\|_{EXP}^2$ para baixa frequência (Figura 6(a)) e $\|W_{AF}\|_G^2$, $\|W_{AF}\|_{AR}^2$ e $\|W_{AF}\|_{EXP}^2$ para alta frequência (Figura 6(b)). Os índices se referem aos tacogramas obtidos pelos espectros gaussiano (G), autorregressivo (AR) e experimental (EXP).

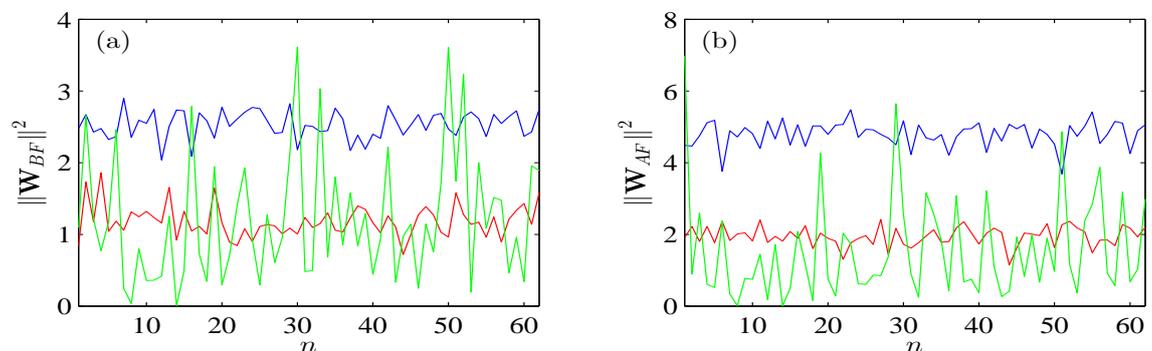


Figura 6: Energia dos tacogramas nas bandas (a) wBF e (b) wAF. Em azul, o gaussiano; em vermelho o autorregressivo; em verde o experimental.

Analisando as Figuras 6(a) e 6(b), observa-se claramente que ambas as bandas (wBF e wAF), a energia obtida do tacograma autorregressivo se aproxima melhor, em média, da energia do tacograma experimental quando comparado ao tacograma gaussiano. Por outro lado, a variabilidade das energias experimentais são maiores. Isso é comum na natureza do ECG, visto que, o coração possui a habilidade de responder a vários estímulos e situações de alerta pelo qual o corpo passa durante o dia, além de possíveis desordens induzidas por doenças [6, 11], complicadas de serem modeladas e previstas matematicamente. Isso complementa nossos resultados anteriores e provê novas perspectivas na área.

5 Conclusões

No presente trabalho, estudou-se um modelo matemático dado por equações diferenciais acopladas que descrevem sinais de eletrocardiograma. Estabeleceu-se comparações entre tacogramas teóricos gerados por espectros gaussianos e autorregressivos com tacogramas experimentais de 62 pacientes sadios. Conclui-se que os tacogramas obtidos de processos autorregressivos levam a resultados mais realistas, quando comparadas suas energias no espectro da Transformada Wavelet Discreta.

Agradecimentos

Os autores agradecem a CAPES, CNPq, Fundação Araucária e FAPESP (2011/19296-1, 2015/07311-7, 2016/16148-5).

Referências

- [1] U. R. Acharya, K. P. Joseph, N. Kannathal, C. M. Lim, and J. S. Suri, Heart rate variability: a review, *Med. Bio. Eng. Comput.*, 44:1031–1051, 2006. DOI 10.1007/s11517-006-0119-0.
- [2] M. F. Bear, B. W. Connors e M. A. Paradiso. *Neurociências: Desvendando o Sistema Nervoso*. Artmed, Porto Alegre, 2008.
- [3] A. Boardman, F. S. Schlindwein, A. P. Rocha, and A. Leite, A study on the optimum order of autoregressive models for heart rate variability, *Physiological Measurement*, 23:325–336, 2002. DOI 10.1088/0967-3334/23/2/308.
- [4] I. Daubechies. *Ten Lectures on Wavelets*. SIAM, Philadelphia, 1992.
- [5] D. Dubin. *Interpretação rápida do ECG*. EPUB, São Paulo, 1996.
- [6] M. T. Ferreira, M. Messias, L. C. M. Vanderlei e C. M. Pastre, Caracterização do comportamento caótico da variabilidade da frequência cardíaca (VFC) em jovens saudáveis, *TEMA: Tend. Mat. Apl. Comput.*, 11:141–150, 2010.
- [7] P. E. McSharry, G. D. Clifford, L. Tarassenko, and L. A. Smith, A dynamical model for generating synthetic electrocardiogram signals, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* , 50:289–294, 2003. DOI 10.1109/TBME.2003.808805.
- [8] A. V. Oppenheim, and R. W. Schaffer, *Discrete-Time Signal Processing*. 3. ed., Pearson Prentice Hall, New Jersey, 2010.
- [9] C. -K. Peng, S. V. Buldyrev, S. Havlin, M. Simons, H. E. Stanley, and A.L. Goldberger, Mosaic organization of DNA nucleotides, *Phys. Rev. E*, 49:1685–1689, 1994. DOI 10.1103/PhysRevE.49.1685.
- [10] Task Force of the European Society of Cardiology and the North American Society of Pacing and Electrophysiology, Heart rate variability: standards of measurement, physiological interpretation and clinical use, *Circulation*, 93:1043–1065, 1996. DOI <http://dx.doi.org/10.1161/01.CIR.93.5.1043>.
- [11] L. C. M. Vanderlei, C. M. Pastre, R. A. Hoshi, T. D. Carvalho e M. F. Godoy, Noções básicas de variabilidade da frequência cardíaca e sua aplicabilidade clínica, *Rev. Bras. Cir. Cardiovasc.*, 24:205–217, 2009.
- [12] B. Vidakovic. *Statistical Modeling by Wavelets*. John Wiley & Sons, New York, 1999.