

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

# Identificação de Sistemas Aplicada à Predição do Tempo de Vida de Baterias de Li-Po Utilizadas em Dispositivos Móveis

Douglas J. B. Freitas<sup>1</sup>Julia G. Zart<sup>2</sup>Airam T. Z. R. Sausen<sup>3</sup>Paulo S. Sausen<sup>4</sup>

Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática, UNIJUÍ, Ijuí, RS

**Resumo.** Neste artigo é apresentada a modelagem matemática do comportamento de descargas de baterias utilizadas em dispositivos móveis, com foco na predição do tempo de vida. No estudo foram utilizadas técnicas de Identificação de Sistemas, objetivando identificar um modelo acurado e versátil. Durante a pesquisa o modelo aplicado foi o ARIMAX(1,1,1,1), que obteve como resultado um erro médio de predição de 0,62%, sendo útil tanto para descrever a curva de tensão, quando o tempo de vida de baterias de Lítio-Íon Polímero.

**Palavras-chave.** Modelagem Matemática, Identificação de Sistemas, Tempo de Vida de Baterias

## 1 Introdução

As últimas décadas foram marcadas pela popularização dos dispositivos móveis (e.g., gadgets, smartphones, tablets, notebooks), sobretudo, utilizados para comunicação pessoal, trabalho e lazer. Tipicamente, os dispositivos modernos agregam capacidades de processamento e armazenamento versáteis, múltiplos protocolos de comunicação sem fio, telas sensíveis ao toque e com alta resolução, execução de aplicativos nativos e de terceiros para diversos fins e, em muitos casos, câmeras e sensores de bordo [9]. Entretanto, essa integração de funcionalidades provoca um aumento considerável na demanda de energia, resultando na redução drástica do tempo de vida<sup>5</sup> da bateria do dispositivo.

O progresso tecnológico das baterias eletroquímicas, se comparado aos avanços da microeletrônica, tem se mostrado insuficiente em face das necessidades energéticas dos dispositivos móveis [5]. À primeira vista, o recurso limitado de energia poderia ser contornado com a ampliação da capacidade das baterias. Porém, isso implicaria no aumento das dimensões físicas dos dispositivos, tornando essa solução indesejável. Diante disso, ideias alternativas são investigadas, tanto pela indústria quanto pela academia, no intuito de aprimorar os métodos que descrevem o comportamento dinâmico da descarga de baterias, com ênfase nos modelos de predição do tempo de vida.

O comportamento de descarga da bateria é resultado de um conjunto de complexas interações entre processos físicos, eletroquímicos e efeitos não lineares, o que torna a

---

<sup>1</sup>douglasjoziel@mx2unisc.br

<sup>2</sup>julia\_zarte@hotmail.com

<sup>3</sup>airam@unijui.edu.br

<sup>4</sup>sausen@unijui.edu.br

<sup>5</sup>Neste artigo, define-se por tempo de vida a duração de uma única descarga total da bateria, inicialmente carregada por completo.

predição acurada do tempo de vida um desafio. Nada obstante, diversos modelos matemáticos de baterias<sup>6</sup> vêm sendo propostos, com amplo destaque na literatura àqueles de enfoque analítico [11], elétrico [6], eletroquímico [7], estocástico [2] e híbrido [3]. Via de regra, a abordagem desses modelos propendem à perspectiva fenomenológica tradicional centrada ora nas características físicas da estrutura da bateria, ora nas reações eletroquímicas intrínsecas do processo de descarga.

Nesse panorama, são atípicas as representações estruturadas, tão somente, na modelagem matemática de dados experimentais da curva característica da tensão elétrica de saída da bateria. Além disso, os modelos presentes na literatura não englobam, simultaneamente, as características físicas, elétricas, analíticas, não lineares e, principalmente, do estado de energia e tensão atual da bateria – um vez que levar em consideração todas essas características, em um único modelo matemático, tornaria a modelagem fenomenológica deveras complexa. Esse fato estabelece um terreno fértil à investigação científica e à proposição de novos modelos matemáticos, com base na Identificação de Sistemas, que seja aplicáveis para simulação e predição em tempo real das características do processo de descarga.

Diante disso, neste artigo é apresentada a proposição de uma metodologia aplicada à modelagem matemática do comportamento dinâmico da descarga de baterias, a partir de dados experimentais de curvas de corrente e tensão elétrica, baseada na teoria de Identificação de Sistemas. A proposta busca ser uma opção à modelagem centrada nas características físicas do processo de descarga, tendo em vista prover aplicabilidade do modelo para soluções estratégicas de gestão energética em dispositivos móveis. O estudo objetiva ainda identificar um modelo parcimonioso<sup>7</sup>, acurado e versátil, útil para predição do tempo de vida de baterias.

A estrutura deste artigo está segmentada em quatro partes basilares. Primeiramente, na Seção 2 são abordadas generalidades sobre as baterias e os conceitos de Identificação de Sistemas. Em seguida, na Seção 3 é apresentada a metodologia utilizada na consecução desta pesquisa no que diz respeito à coleta de dados, identificação e validação do modelo matemático. Na Seção 4 são discutidos os resultados alcançados nas simulações computacionais, tomando por base os dados adquiridos em ensaios laboratoriais. Por fim, na Seção 5 é relatada a conclusão do trabalho e o panorama para estudos futuros.

## 2 Modelagem Matemática

Por definição, as baterias são acumuladores portáteis de energia elétrica, que por sua vez é acondicionada em seus materiais constituintes sob forma potencial de energia química. Genericamente, uma bateria é composta por um arranjo de células eletroquímicas interligadas, variando a configuração de acordo com a capacidade e a tensão elétrica de saída desejadas [2]. Uma célula eletroquímica é composta por três partes elementares: 1) ânodo ou eletrodo negativo, que cede elétrons a carga acoplada à bateria; 2) cátodo ou eletrodo positivo, que recebe elétrons da carga durante a descarga; 3) eletrólito ou condutor iônico, que provê a transferência de íons no interior da célula [11].

As reações eletroquímicas intrínsecas que ocorrem durante a descarga da bateria produzem corrente e tensão elétrica. Em tese, uma bateria ideal possui a tensão elétrica

<sup>6</sup>No contexto deste artigo, a expressão “modelos de baterias” diz respeito às representações matematicamente formais de baterias. Para referir-se aos diversas opções de baterias disponíveis no mercado, utilizar-se-á a expressão “tipos de baterias”.

<sup>7</sup>Em Identificação de Sistemas, diz-se que um modelo é parcimonioso quando sua estrutura utiliza a mínima quantidade possível de parâmetros, no entanto, mantendo o nível de erro sob controle.

constante durante a descarga, tornando-se nula somente quando a bateria estiver completamente descarregada. Contudo, em um processo real de descarga a corrente elétrica nem sempre é constante no tempo, assim, a tensão elétrica é gradualmente reduzida até o nível de *cutoff*<sup>8</sup>. Além disso, durante a descarga há efeitos não lineares (e.g., efeitos de taxa de capacidade e recuperação) que, em maior ou menor grau, influenciam no tempo de vida da bateria [3].

No que concerne às exigências do mercado tecnológico, a maximização da autonomia das baterias utilizadas em dispositivos móveis é uma questão recorrente [5]. Diante disso, como solução imediata ao problema, os fabricantes de dispositivos móveis têm investido crescentemente em Sistemas de Gerenciamento de Energia (SGE). Em geral, esses sistemas são estruturados a partir de modelos matemáticos que descrevem a dinâmica da descarga da bateria e, simultaneamente, atuam em conjunto com sensores embarcados no monitoramento e controle do consumo de energia [5, 9].

A função sumária de um SGE é potencializar o aproveitamento da capacidade da bateria, primordialmente, por meio do monitoramento e controle do processo de descarga [5]. Os modernos dispositivos móveis possuem circuitos integrados que executam o monitoramento da bateria, adquirindo em tempo real informações acerca da descarga (e.g., dados de temperatura, corrente e tensão elétrica, ciclos de operação) [9]. É a partir dessas informações que um SGE atua, articulado por modelos matemáticos que simulam em tempo real o comportamento futuro da bateria, inclusive, predizendo o tempo máximo de operacionalidade do dispositivo até que seja necessária uma recarga de energia.

Nesse cenário, percebe-se que os modelos matemáticos são ferramentas essenciais às decisões do SGE no controle efetivo do consumo da bateria. Entretanto, a maior parte dos modelos existentes, sinteticamente listados na Seção 1, apesar de simularem o comportamento dinâmico da descarga, predizendo o tempo de vida da bateria, são inadequados às necessidades operacionais dos SGE. Às aplicações em sistemas reais, tais modelos fraquejam pela acurácia insuficiente, ou pela complexidade matemática deveras elevada, ou ainda pela dificuldade de estimar seus parâmetros com um conjunto restrito de dados, motivos pelos quais muitos SGE ainda optam por basearem-se no Modelo Linear, que representa matematicamente uma bateria ideal [10].

## 2.1 Identificação de Sistemas

A Identificação de Sistemas é a área de conhecimento dedicada à construção de modelos matemáticos a partir de dados produzido por sistemas dinâmicos, ou seja, um sistema em que o estado atual depende dos estados passados. Genericamente, a modelagem matemática de sistemas dinâmicos pode ter duas abordagens: 1) modelagem por princípios básicos (ou fundamentais); 2) modelagem orientada (ou conduzida) por dados. Essencialmente, as técnicas de Identificação de Sistema residem na segunda abordagem, tomando um conjunto de sinais de entradas observadas, ajustam-se os parâmetros dos modelos de forma a minimizar o erro de saída, i.e., a diferença entre o sinal observado e o valor simulado pelo modelo.

Há pelos menos quatro grandes grupos de modelos em Identificação de Sistemas: Lineares Paramétricos, Lineares Não Paramétricos, Modelos de Processo e Modelos Não Lineares. Levando em conta a especificidade da aplicação que se apresenta (i.e., descrever a descarga de baterias), neste trabalho, o escopo de pesquisa se restringe aos tópicos de identificação estocástica, em tempo discreto, com predileção pelo modelo Autorregressivo Integrado de Médias Móveis com Entradas Externas (ARIMAX). Dentre os modelos

---

<sup>8</sup>Nível de *cutoff* é o limite mínimo de tensão elétrica que uma bateria consegue fornecer ao sistema mantendo-o operacional.

de uma entrada e uma saída (SISO), o ARIMAX apresenta a estrutura mais genérica e abrangente em termos matemáticos, motivo pelo qual é o modelo escolhido neste trabalho.

A estrutura geral desse modelo é dada pela expressão:

$$A(q)y(k) = \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)}v(k), \quad (1)$$

com os polinômios  $A(q)$ ,  $B(q)$ ,  $C(q)$ ,  $D(q)$ ,  $E(q)$  e  $F(q)$  definidos por:

$$A(q) = 1 - a_1q^{-1} - \dots - a_{ny}q^{-ny} \quad (2)$$

$$B(q) = b_1q^{-1} + \dots + b_{nu}q^{-nu} \quad (3)$$

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{nv}q^{-nv} \quad (4)$$

$$D(q) = 1 + d_1q^{-1} + \dots + d_{nd}q^{-nd} \quad (5)$$

$$F(q) = 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{nf}q^{-nf} \quad (6)$$

sendo que  $ny$ ,  $nu$ ,  $nv$ ,  $nd$  e  $nf$  são os graus dos respectivos polinômios e  $q^{-1}$  é o operador de atraso definido por  $y(k)q^{-1} = y(k-1)$  [1, 8].

O grau do polinômio  $A(q)$  corresponde ao número de polos que são comuns entre a modelagem dinâmica do sistema e a do ruído. Já  $F(q)$  e  $B(q)$  representam os polos e zeros que afetam somente a entrada, e  $D(q)$  e  $C(q)$  os polos e zeros que afetam somente o ruído. Além disso, a ordem do modelo ARIMAX é definida por  $(p, d, q, r)$ , sendo  $p$  o grau do processo autorregressivo na saída,  $d$  o número de diferenças necessárias para tornar o processo estacionário,  $q$  o grau do processo de médias móveis e  $r$  o grau relativo à entrada exógena [1].

### 3 Metodologia

O ponto de partida da modelagem via Identificação de Sistemas é o conjunto de dados de entrada e saída do sistema, neste caso, uma bateria tem por sinal de entrada a corrente elétrica e de saída a tensão elétrica. Para observação e coleta desses dados, uma plataforma de testes foi desenvolvida pelo Grupo de Automação Industrial e Controle (GAIC/UNIJUÍ), executando a descarga de até quatro baterias simultaneamente de forma automatizada [11]. A plataforma adquire os dados de corrente e tensão elétrica da descarga, em tempo real, gravando-os em um arquivo de texto.

Neste trabalho, para os ensaios de coleta de dados foram utilizadas como unidades experimentais oito baterias novas de Lítio-Íon Polímero (Li-Po), série PL-383562-2C, com tensão nominal de 3,7 V e capacidade nominal de 800 mAh, amplamente utilizadas em celulares e smartphones. Inicialmente, as baterias são completamente carregadas aplicando-se uma carga lenta e constante de 20% da capacidade nominal, até atingir o valor máximo de tensão de 4,2 V. Após a carga, as baterias são conectadas a plataforma de testes para dar início ao procedimento de descarga e coleta de dados. Na interface da plataforma são configuradas informações sobre as características e o tipo de bateria, assim como o perfil de descarga<sup>9</sup>.

Como experimento para aquisição de dados, foram empregados 31 perfis de descarga, sendo que cada um executado em oito repetições, obtendo um total de 248 curvas de descarga, amostradas em tempo discreto  $T_s = 1$  ms. Seguindo rigorosamente a sequência de

<sup>9</sup>No contexto deste estudo, define-se por perfil de descarga a corrente (ou o conjunto de correntes) que se exige da bateria durante o processo de descarga.

carga e descarga supracitada, cada perfil é constituído por uma única corrente constante do intervalo de 50 a 800 mA, contemplando assim uma gama de correntes baixas, médias e altas. Após a coleta dos dados, são aplicados testes dinâmicos para análise de variância (ANOVA) e comparação de médias por Tukey [8], objetivando identificar *outliers*, significância entre os experimentos e agrupamento de médias.

A determinação da ordem  $(p, d, q, r)$  do modelo ARIMAX, é realizada a partir dos testes de raiz unitária, para verificação de estacionariedade, e de autocorrelação (ACF) e autocorrelação parcial (PACF), para atrasos do processo autorregressivo (AR) e das médias móveis (MA). Os testes de raiz unitária aplicados neste estudo são o de Dickey-Fuller Aumentado (ADF) e o de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS), amplamente recorrentes na literatura técnica [1,8]. Definida a ordem do modelo, a estimação de parâmetros é realizada utilizando-se uma única curva de descarga, por meio do método dos Mínimos Quadrados (MQ), que também encontra-se muito bem consolidado na literatura [1].

Finalmente, a validação do modelo é realizada comparado as simulações do modelo matemático, empregando os parâmetros estimados, com os dados experimentais coletados. A qualidade do ajuste é calculada com base no erro médio [1]. Os processos descritos são implementados no MATLAB<sup>10</sup>, software de computação numérica que possui um conjunto de ferramentas para Identificação de Sistemas, facilitando a manipulação de dados, estimação, simulação e validação de modelos [4].

## 4 Resultados e Discussões

Aplicando a metodologia descrita na Seção 3, obteve-se os dados experimentais apresentados na Tabela 1. A coluna “Perfil” indica o valor da corrente de descarga, a coluna “Média” apresenta o valor médio do tempo de vida da bateria das oito repetições, a coluna “Agrup.” traz as diferenças significativas de médias pelo teste de Tukey e os perfis marcados por um asterisco (\*) compõem o conjunto de dados a ser utilizado na sequência do trabalho, haja vista que possuem entre si médias significativamente diferentes, em nível de 95% de confiança. Cabe destacar que na ANOVA o valor P foi praticamente zero ( $P = 1,4 \times 10^{-247}$ ), o valor de  $F = 1987,623$  e o valor  $F_{Crítico} = 1,511895$ , logo, rejeita-se a hipótese  $H_0$  (i.e., todas médias iguais) e aceita-se  $H_1$  (i.e., pelo menos uma média diferente).

O perfil de 50 mA foi escolhido para estimação de parâmetros, pois em correntes mais baixas há uma presença muito maior dos efeitos não lineares. A partir dos testes de raiz unitária, verificou-se que a série é estacionária após uma diferença, logo, a ordem  $d = 1$ . Para os testes de autocorrelação parcial de entrada (corrente) e saída (tensão) dos dados, identificou-se que nos dois casos o primeiro atraso sempre possui o maior valor da série. Nesse caso, tem-se as ordens  $p = 1$  e  $q = 1$ . Para o valor de autocorrelação cruzada, o atraso de maior valor também é o primeiro, indicando que a ordem  $r = 1$ . Assim, o modelo identificado é ARIMAX(1,1,1,1), estimando-lhe os parâmetros a estrutura final é dada por:

$$A(q) = 1 + 0,05206q^{-1} \quad (7)$$

$$B(q) = 4,283 \times 10^{-6}q^{-1} \quad (8)$$

$$C(q) = 1 - 0,9619q^{-1} \quad (9)$$

$$D(q) = 1 - q^{-1} \quad (10)$$

<sup>10</sup>O MATLAB é um produto comercializado pela MathWorks. Este trabalho utilizou a versão MATLAB Online R2017a, sob licença Student.

Tabela 1: Resultados experimentais: médias por perfis e agrupamentos (Tukey).

Perfil (mA)	Média (min)	Agrup.	Perfil (mA)	Média (min)	Agrup.
50*	940,37	a	450*	100,91	nopq
75*	606,94	b	475	94,26	opqr
100*	465,98	c	500	90,58	pqrs
125*	384,76	d	525	86,20	pqrst
150*	304,10	e	550	81,69	qrstv
175*	272,23	f	575*	77,84	qrstuv
200*	227,99	g	600	74,69	rstuvw
225*	203,49	h	625	71,33	rstuvw
250	184,01	hi	650	68,41	stuvw
275*	165,17	ij	675	65,97	tuvw
300	149,47	jk	700	63,51	tuvw
325	141,29	kl	725	60,69	uvw
350*	130,47	klm	750	58,68	uvw
375	123,11	lmn	775	56,63	vw
400	114,59	mno	800*	54,64	w
425	108,38	mnop			

$$F(q) = 1 \tag{11}$$

Os resultados das simulações são apresentados na Tabela 2. Em constraste com os dados da Tabela 1, o modelo ARIMAX(1,1,1,1) possui um erro médio de 0,62% – o que é considerado excelente, visto que segundo a literatura o nível de erro máximo é de 5% [1]. Pelo que apontam os resultados, o modelo ARIMAX(1,1,1,1) supera em muito a acurácia do erro médio dos modelos tradicionais [3, 6, 11], uma vez que esses modelos apresentam valores de erros superiores a 1%. Além disso, os resultados da Tabela 2 confirmam o que é apontado na ANOVA, uma vez que segundo esse teste mais de 96% das alterações das médias é explicada pela variação do perfil – sendo que a variação do perfil nada mais é que a variação da corrente (sinal de entrada do modelo).

Tabela 2: Resultados das simulações do modelo.

Perfil (mA)	Sim. (min)	Er. (%)	Perfil (mA)	Sim. (min)	Er. (%)
75	610,23	0,54	225	205,33	0,90
100	466,95	0,21	275	166,66	0,90
125	387,98	0,84	350	131,03	0,43
150	301,29	0,93	450	100,42	0,49
175	271,88	0,13	575	77,38	0,59
200	226,00	0,87	800	54,32	0,59

Cabe destacar que o modelo em questão diferencia-se dos demais por três aspectos relevantes. Primeiro, executa a estimação de parâmetros a partir de dados de corrente e tensão elétrica, não necessitando de configuração prévia, sendo útil para soluções embarcadas em SGE para dispositivos móveis. Segundo, apesar do espaço exíguo deste artigo não permitir, o modelo descreve a tensão de saída da bateria, tendo uma qualidade de aderência à curva superior a 95%, calculado via raiz quadrada normalizada do erro médio (NRMSE). Terceiro, o modelo é versátil e pode ser utilizado na modelagem de qualquer tipo de bateria.

## 5 Conclusão

Este trabalho visou a modelagem matemática da dinâmica do processo de descarga, mormente a partir de dados experimentais, tomando como base os pressupostos da teoria de Identificação de Sistemas, obtendo um modelo ARIMAX para descrever com acurácia o tempo de vida. Conclui-se com esse trabalho que o modelo ARIMAX(1,1,1,1) é adequado para predição do tempo de vida de baterias, do tipo Li-Po, utilizadas em dispositivos móveis, apresentando um erro médio de 0,62%. Com investigações futuras pretende-se avaliar simplificações para o modelo, comparando com modelos tradicionais sob o mesmo cenário de simulação, além de avaliar o sua acurácia para descrever a curva de decaimento de tensão de uma bateria.

## Referências

- [1] L. A. Aguirre. *Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não Lineares*. Editora UFMG, Belo Horizonte, 2015.
- [2] C. F. Chiasserini, and R. R. Rao. Pulsed battery discharge in communication devices, *Proc. 5th Annual ACM/IEEE International Conference on Mobile Computing and Networking*, volume 1, 1999. DOI: 10.1145/313451.313488.
- [3] L. B. Gomes, Proposição de um modelo híbrido considerando a lei de Peukert estendida para a predição do tempo de vida de baterias, Dissertação de Mestrado, Unijuí, 2017.
- [4] L. Ljung, and É. Matsumoto. *Introduction to System Identification Toolbox*. MathWorks, Massachusetts, 2012.
- [5] V. Pop, H. J. Bergveld, D. Danilov, P. P. L. Regtien, and P. H. L. Notten. Battery management systems: accurate state-of-charge indication for battery-powered applications. In *Philips Research*. Springer Netherlands, 2008. ISSN: 1571-5671.
- [6] C. M. D. Porciuncula, A. Sausen, and P. S. Sausen, Mathematical modeling for predicting battery lifetime through electrical models, *Advances in Mathematics Research*, Nova Science Publishers in Mathematics and Statistics, volume 20, chapter 8, pages 173-188, 2015.
- [7] V. Ramadesigana, P. W. C. Northropa, S. Dea, S. Santhanagopalanb, R. D. Bratzc, and V. R. Subramaniana, Modeling and simulation of lithium-ion batteries from a systems engineering perspective, *J. Electrochem. Soc.*, 159:R31-R45, 2012. DOI: 10.1149/2.018203jes.
- [8] F. M. Souza. *Modelos de Previsão: Aplicações à Energia Elétrica*. Appris, Curitiba, 2016.
- [9] S. Tarkoma, M. Siekkinen, E. Lagerspetz, and Y. Xiao. *Smartphone Energy Consumption: Modeling and Optimization*. Cambridge University Press, New York, 2014.
- [10] D. Wei. *Advanced Configuration and Power Interface Specification*. ACPI.INFO, Roseville, 2013.
- [11] J. G. Zart, Análise comparativa de modelos analíticos sob o mesmo cenário de simulação para perfis de descargas variáveis considerando as funções desempenhadas por um smartphone, Dissertação de Mestrado, Unijuí, 2017.