
Análise Paramétrica do Algoritmo *The Third Step of Generalized Differential Evolution* (GDE3) em Problemas de Otimização Estrutural Multiobjetivo

Dênis E. C. Vargas¹

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sudeste de Minas Gerais, IF Sudeste MG, campus Rio Pomba, MG

Resumo. A Evolução Diferencial (ED) provou ser um poderoso algoritmo evolutivo para a otimização global em muitos problemas do mundo real. Em geral, o desempenho de algoritmos evolutivos tais como a ED é fortemente dependente da configuração de parâmetros de controle, que por sua vez depende de cada problema específico. Neste trabalho foi realizado um estudo no sentido de identificar parâmetros de controle que otimizam o desempenho de um algoritmo de ED em problemas de otimização estrutural multiobjetivo. Foi encontrado na literatura um levantamento dos trabalhos existentes sobre metaheurística aplicadas à problemas de otimização estrutural multiobjetivo, onde os autores constatam que até o ano de 2014 nenhum trabalho na literatura foi encontrado resolvendo esses problemas utilizando ED. Esses mesmos autores citam o algoritmo *The Third Step of Generalized Differential Evolution* (GDE3), baseado em ED, como sugestão para ser utilizado em pesquisas futuras envolvendo esses problemas, razão pela qual o GDE3 foi adotado aqui. Os resultados exibem o conjunto de parâmetros de controle ótimos para cada problema de otimização estrutural multiobjetivo avaliado segundo a métrica Hipervolume, escolhida por ser a mais popular na literatura para avaliação paramétrica. Além disso, eles indicam que a variação do desempenho do GDE3 nesses problemas não foi significativa em função da variação dos parâmetros de controle.

Palavras-chave. Evolução Diferencial (ED), GDE3, Configuração de Parâmetros, Otimização Estrutural Multiobjetivo

1 Introdução

A Evolução Diferencial (ED) foi proposta por Storn e Price em [4,5] e tem se mostrado desde então uma poderosa técnica de otimização, principalmente por suas boas propriedades de convergência e sua simplicidade de implementação com poucos parâmetros de controle. Como qualquer outro algoritmo evolutivo, o sucesso da ED está fortemente relacionado com o adequado ajuste dos seus parâmetros de controle, que são o fator de mutação $F \in R$ e a probabilidade de cruzamento $CR \in [0, 1]$.

A proposição original da ED em [4, 5] considerou apenas problemas de otimização monoobjetivo. A partir daí, devido ao bom histórico de desempenho apresentado nesses

¹denis.vargas@ifsudestemg.edu.br

problemas, a ED foi estendida para problemas de otimização multiobjetivo através de outros algoritmos desenvolvidos. Um deles é o bem conhecido na literatura *The Third Step of Generalized Differential Evolution* (GDE3), proposto por Kukkonen e Lampinen em [6].

Em se tratando de problemas de otimização estrutural multiobjetivo, até o ano de 2014 nenhum trabalho na literatura foi encontrado resolvendo esses problemas utilizando ED. É o que constata o trabalho de Zavala *et al.* [2], que fez um levantamento dos trabalhos existentes sobre metaheurística aplicadas à problemas de otimização estrutural multiobjetivo.

Ainda em [2], Zavala *et al.* citam o GDE3 como um algoritmo baseado em ED e projetado para problemas de otimização multiobjetivo que pode ser utilizado em pesquisas futuras envolvendo problemas de otimização estrutural multiobjetivo. Apropriando-se dessa sugestão e sabendo que o sucesso da ED está intimamente ligado aos seus parâmetros de controle F e CR , coloca-se aqui a seguinte questão de pesquisa: quais os valores de F e CR para os quais o GDE3 tem o melhor desempenho nesses problemas e o quanto o GDE3 é sensível a esses parâmetros para esses problemas?

2 *The Third Step of Generalized Differential Evolution* (GDE3)

A ED proposta por Storn e Price em [4, 5] possui 3 principais operadores que são mantidos no GDE3: mutação, cruzamento e seleção. Cada indivíduo (chamado vetor alvo) gera um filho (chamado vetor experimental) usando informações baseadas na diferença entre outros indivíduos selecionados aleatoriamente.

A mutação sugerida originalmente é dada pela adição da diferença ponderada entre dois indivíduos ao vetor alvo. O resultado dessa mutação é chamado de vetor doador \mathbf{v} , o qual combinado com o vetor alvo \mathbf{x} (cruzamento) da origem ao vetor experimental \mathbf{u} . O **Algoritmo 1** mostra a mutação e o cruzamento trivial (denominação dada em [4, 5]) entre \mathbf{x} e \mathbf{v} , onde $F \in R$ e $CR \in [0, 1]$ são os parâmetros de controle definidos pelo usuário.

Em problemas de otimização multiobjetivo, a relação de ordem é dada pela Dominância de Pareto exibida abaixo, sendo o conjunto de todas as soluções não dominadas e factíveis chamado de Frente de Pareto: Considera-se dois vetores $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in R^n$. Uma, e somente uma, das situações \mathbf{a} , \mathbf{b} e \mathbf{c} descritas a seguir ocorre:

- a) Se $f_i(\mathbf{x}) \leq f_i(\mathbf{y})$ com $i = 1, \dots, P$, e existe um j natural entre 1 e P tal que $f_j(\mathbf{x}) < f_j(\mathbf{y})$, então \mathbf{x} domina \mathbf{y} (denota-se por $\mathbf{x} \succ \mathbf{y}$).
- b) Se $f_i(\mathbf{y}) \leq f_i(\mathbf{x})$ com $i = 1, \dots, P$, e existe um j natural entre 1 e P tal que $f_j(\mathbf{y}) < f_j(\mathbf{x})$, então \mathbf{y} domina \mathbf{x} (denota-se por $\mathbf{y} \succ \mathbf{x}$).
- c) \mathbf{x} e \mathbf{y} são ditos não-dominados entre si (denota-se por $\mathbf{x} \not\succeq \mathbf{y}$ e $\mathbf{y} \not\succeq \mathbf{x}$).

O GDE3 adota uma ordenação baseada na dominância de Pareto no espaço das restrições para o tratamento delas. Ele utiliza o esquema da substituição do vetor alvo na próxima geração da população pelo experimental quando este último domina o primeiro,

Algoritmo 1 Cruzamento trivial que gera uma nova solução candidata \mathbf{u} em ED.

```

1:  $\mathbf{x}$  vetor alvo.
2: Sorteia-se três soluções candidatas  $\mathbf{x}_{r1}$ ,  $\mathbf{x}_{r2}$  e  $\mathbf{x}_{r3}$  da população.
3:  $I_{rand} \leftarrow$  inteiro entre 1 e  $n$  escolhido aleatoriamente, sendo  $n$  o número de entradas do vetor  $\mathbf{x}$ .
4: para  $i = 1 : N$  faça
5:    $rand \leftarrow$  real entre 0 e 1 escolhido aleatoriamente.
6:   se  $rand < CR$  ou  $i = I_{rand}$  então
7:      $\mathbf{u}(i) \leftarrow \mathbf{v}(i) = \mathbf{x}_{r1}(i) + F(\mathbf{x}_{r2}(i) - \mathbf{x}_{r3}(i))$ .
8:   senão
9:      $\mathbf{u}(i) \leftarrow \mathbf{x}(i)$ .
10:  fim se
11: fim para

```

segundo o conceito de restrito-dominância (indicado por \succ_c), o qual pressupõe verdadeiro um dos casos a seguir:

1. os dois são inactíveis e o vetor experimental domina o vetor alvo no espaço das restrições.
2. o vetor experimental é factível e o vetor alvo não.
3. os dois são factíveis e o vetor experimental domina o vetor alvo no espaço dos objetivos.

Caso os dois vetores sejam factíveis e não-dominados entre si, ambos seriam inseridos na população. Nos demais casos, o vetor experimental é descartado e o vetor permanece na população. O GDE3 também possui um esquema de controle do tamanho da população que privilegia a permanência de vetores dominantes e mais bem espalhados sobre a Frente de Pareto até o limite máximo de indivíduos da população.

3 Problemas de Otimização Estrutural Multiobjetivo

Problemas de Otimização Estrutural visam o aumento do desempenho da estrutura e a diminuição de seus custos garantindo os requisitos de segurança aplicáveis. Os problemas de otimização estrutural multiobjetivos adotados aqui foram do tipo treliças e sua formulação matemática é dada como segue.

Seja uma treliça de N barras com M graus de liberdade de translação de seus nós, com material de massa específica ρ e comprimento da j -ésima barra denotada por L_j . Considere s_{jl} a tensão normal da j -ésima barra no caso de carregamento l , s_{adm} a tensão normal máxima que esta barra pode estar submetida e u_{il} o deslocamento do nó i no caso

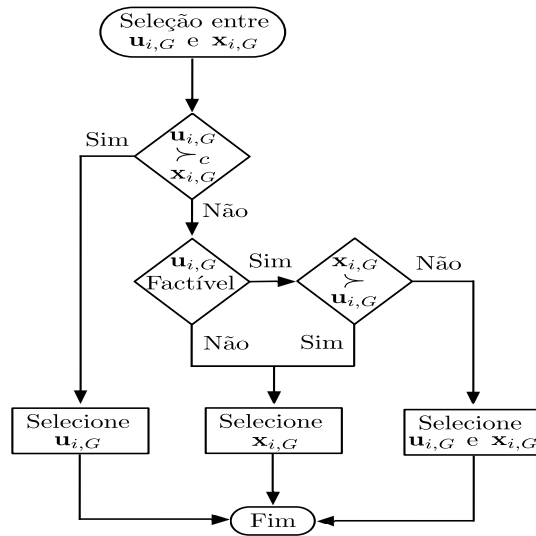


Figura 1: Esquema de seleção entre o vetor alvo e o vetor experimental gerado por ele no GDE3.

de carregamento l . O problema de OE multiobjetivo pode ser escrito como:

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{x}} \quad & f_1(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N \rho A_{[x_j]} L_j \quad \text{e} \quad f_2(\mathbf{x}) = \max(|u_{il}|) \\
 \text{s.a.} \quad & |s_{jl}| \leq s_{adm} \\
 & \mathbf{x} \in [1, P]^N \\
 & j = 1, \dots, N \quad i = 1, \dots, M \quad l = 1, \dots, N_L
 \end{aligned} \tag{1}$$

As treliças utilizadas nos experimentos computacionais desse trabalho foram as de 10, 25 e 72 barras e todas elas representam problemas clássicos da literatura em que se pretende minimizar simultaneamente o peso da treliça e o máximo deslocamento dos seus nós. Foram abordados aqui os casos contínuo e discreto de cada um desses problemas. A figura 2 ilustra essas treliças e a formulação completa de cada uma delas pode ser encontrada em [1].

4 Experimentos Computacionais

Para determinar os parâmetros do GDE3 (F e CR) para os quais ele obtém o melhor desempenho nesses problemas, uma experimentação foi realizada e a métrica adotada para a avaliação dos resultados foi o Hipervolume. Isso porque trata-se de uma métrica bastante popular que não depende do conhecimento da Frente de Pareto real. Além disso, [3] afirma que um algoritmo que obtém um maior Hipervolume é mais susceptível de apresentar melhores resultados em outras métricas .

Os valores de CR e F foram delimitados nos intervalos de $[0, 1]$ e $[0, 1.5]$, respectivamente. Foram realizadas 10 execuções independentes com cada par de valores de $CR \in \{0, 1; 0, 2; 0, 3; \dots; 0, 9\}$ e $F \in \{0, 1; 0, 2; 0, 3; \dots; 1, 5\}$. A Figura 3 mostra a média do Hipervolume das 10 execuções independentes normalizados.

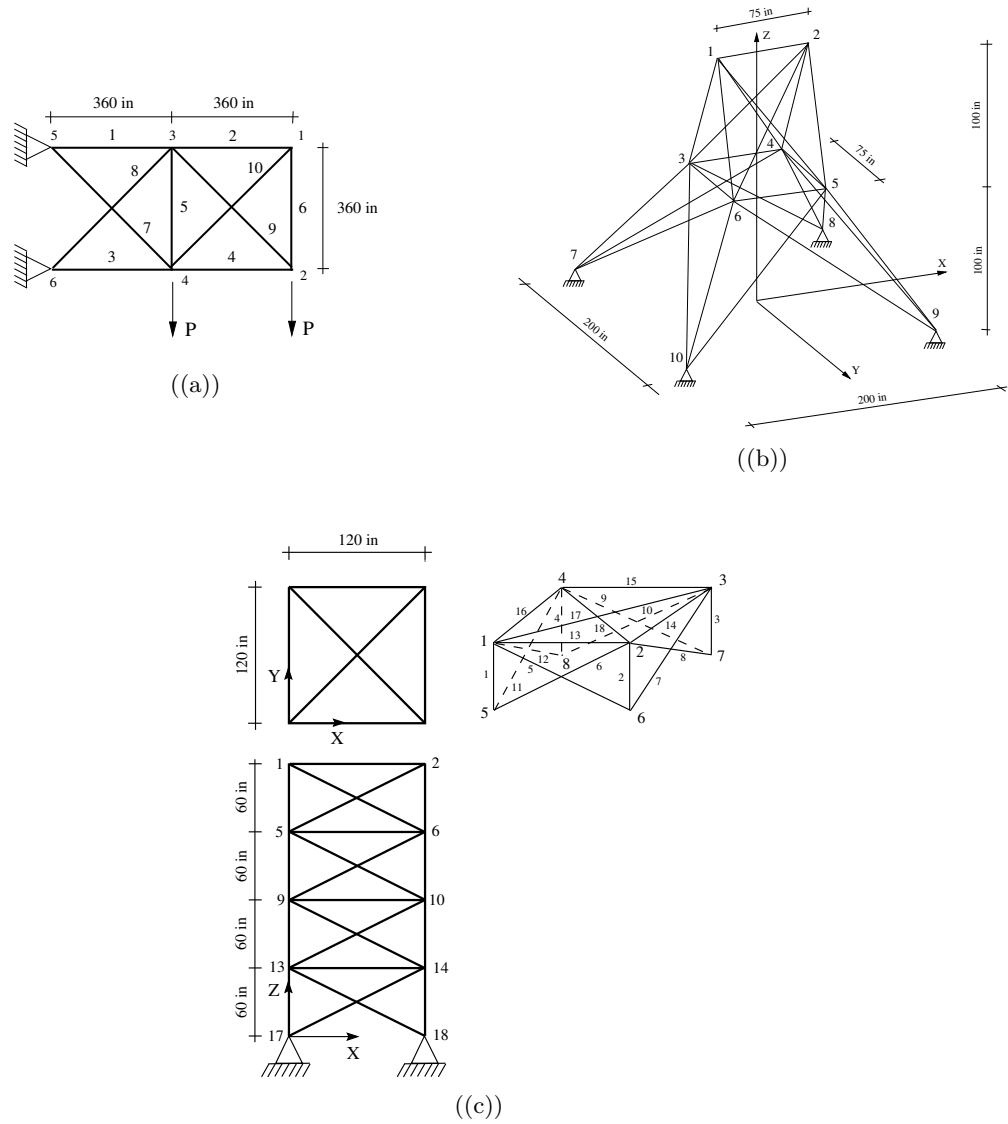


Figura 2: Trelças de 10 barras (a), 25 barras (b) e 72 barras (c).

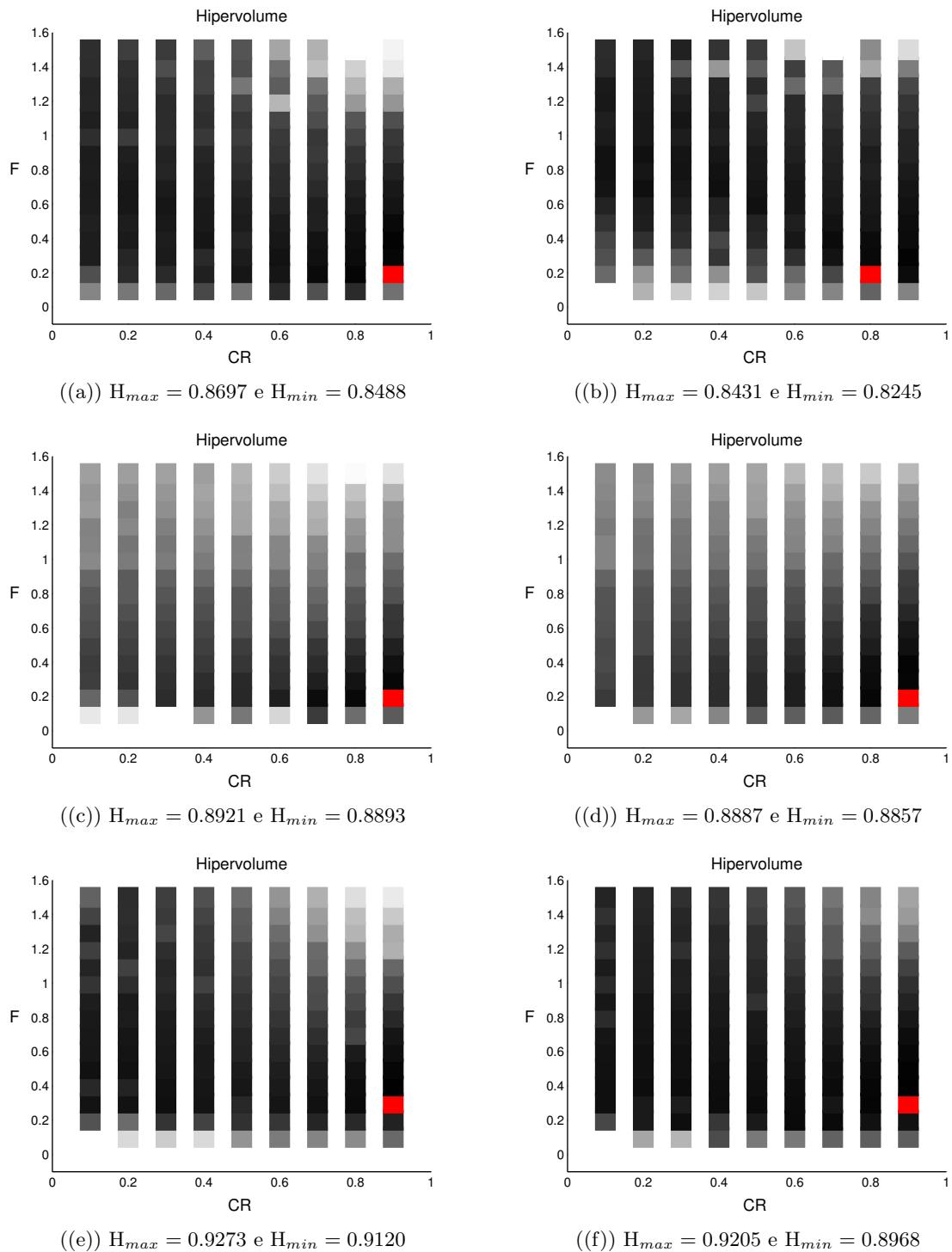


Figura 3: Média do Hipervolume dos problemas das Treliças de 10 ((a) contínuo e (b) discreto), de 25 ((c) contínuo e (d) discreto) e de 72 ((e) contínuo e (f) discreto) barras. Quanto mais escuro, maior o Hipervolume, sendo que o vermelho representa a combinação que atingiu o Hipervolume Máximo.

5 Conclusão

Esse trabalho teve como objetivo identificar o conjunto de parâmetros ótimos do algoritmo GDE3 para cada problema de otimização estrutural multiobjetivo adotado, a saber, as treliças de 10, 25 e 72 barras, todas clássicas da literatura, nos casos contínuo e discreto. Isso porque, em geral, o desempenho de algoritmos evolutivos é fortemente dependente desses parâmetros em cada problema específico. Os resultados exibidos na Figura 3 mostram os parâmetros identificados avaliados segundo a métrica Hipervolume.

Pode-se observar que o valor de $CR = 0.9$ foi o mais eficiente na maioria dos problemas. Já os valores eficientes de F nesse grupo de problemas foram 0.2 e 0.3. Além disso, pode-se observar também que a variação do desempenho do GDE3 nesses problemas não foi significativa em função da variação dos parâmetros de controle.

6 Referências Bibliográficas

Referências

- [1] D. E. C. Vargas, Um Algoritmo de Evolução Diferencial com Penalização Adaptativa para Otimização Estrutural Multiobjetivo. Tese de Doutorado, Modelagem Computacional/UFJF, 2015.
- [2] G.R. Zavala and A. J. Nebro and F. Luna and C.A.C. Coello. A survey of multi-objective metaheuristics applied to structural optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2014, 49(4), 537-558.
- [3] L. Bradstreet, The hypervolume indicator for multi-objective optimisation: calculation and use. Tese de Doutorado, The University of Western, Australia, 2011.
- [4] R. Storn and K. Price. Differential evolution A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. Technical Report N. 95-012. Univ. of California, 1995.
- [5] R. Storn and K. Price. Differential evolution A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, 1997, 11(4), 341-359.
- [6] S. Kukkonen and J. Lampinen. GDE3: The third Evolution Step of Generalized Differential Evolution. In *IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, 2005, 443-450.