

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Algoritmo de Busca em Vizinhança Variável para Determinação de Controle Otimizado para a População de *Aedes aegypti*

Helenice de O. Florentino¹, Daniela Renata Cantane²

UNESP, Departamento de Bioestatística, IB Botucatu-SP

Célia A. dos Reis³

UNESP, Departamento de Matemática, FC Bauru-SP

Diego Colón⁴

USP - Escola Politécnica, Laboratório de Automação e Controle

Suelia S. Rodrigues Fleury Rosa⁵

Laboratório de Engenharia e Biomaterial BioEngLab®, Engenharia Biomédica, Faculdade Gama; MIT Media Lab, Camera Culture Group

Resumo. O controle populacional do mosquito *Aedes aegypti* na fase aquática é uma prática comum no Brasil. Agentes sanitários removem criadouros dos mosquitos e/ou aplicam larvicidas em vários locais das cidades. Mas estas práticas, além de muito caras para os órgãos de vigilância sanitária, são muitas vezes realizadas de forma insuficiente. Portanto, neste trabalho propomos um modelo de otimização multiobjetivo visando determinar estratégias otimizadas para o controle do mosquito, visando utilizar o mínimo possível de controle aquático e que manter a população de mosquitos em um nível mínimo. Para resolução deste modelo foi proposto um algoritmo heurístico baseado em busca em vizinhança variável (VNS-Variable neighborhood search). Ao final são apresentadas simulações computacionais.

Palavras-chave. *Aedes aegypti*, Metaheurística, Modelagem matemática.

1 Introdução

O *Aedes aegypti* é transmissor de diversas doenças como: Febre Amarela, Dengue, Chikungunya e Zica. Desta forma, pesquisas nesta área tem ganhado muito destaque principalmente as relacionadas ao controle populacional deste mosquito [3]. Para determinação de estratégias de aplicação de controle populacional, é necessário o entendimento do ciclo de vida do *Aedes*.

O ciclo de vida do *Aedes aegypti* pode ser dividido em 4 estágios: ovo, larva, pupa e adulto. Os estágios: ovo, larva e pupa compõem a fase aquática dos mosquitos e o estágio

¹helenice@ibb.unesp.br

²dcantane@ibb.unesp.br

³celia@fc.unesp.br

⁴diego@lac.usp.br

⁵suelia@umb.br

dos mosquitos adultos compõem a fase terrestre destes [3]. Após os estágio de pupa, o mosquito se desenvolve na forma adulta, cerca de 50% machos e 50% fêmeas, sendo chamadas fêmeas imaturas aquelas que ainda não acasalaram e fêmeas fertilizadas as que já acasalaram. Para auxílio no entendimento da dinâmica populacional do *Aedes aegypti* e na obtenção de estratégias de controle, são apresentados os modelos matemáticos a seguir.

2 Modelo Matemático

O modelo matemático, baseado em [1], que descreve a dinâmica da população do *Aedes aegypti* com a presença de controle na fase aquática (u) é dado por:

$$\begin{cases} \frac{dA}{dt} = \phi \left(1 - \frac{A}{C}\right) F - \gamma A - \mu_A A - uA \\ \frac{dI}{dt} = r\gamma A - \beta I - \mu_I I \\ \frac{dF}{dt} = \beta I - \mu_F F \\ \frac{dM}{dt} = (1 - r)\gamma A - \mu_M M. \end{cases} \quad (1)$$

Em que: $A = A(t)$ é a densidade de indivíduos da população na fase aquática no instante t ; $I = I(t)$ é a densidade de indivíduos da população de mosquitos fêmeas imaturas no instante t ; $F = F(t)$ é a densidade de indivíduos da população de mosquitos fêmeas fertilizadas no instante t ; $M = M(t)$ é a densidade de indivíduos da população de mosquitos machos no instante t ; $u = u(t)$ é a variável associada ao controle na fase aquática; ϕ é a taxa de oviposição intrínseca; C é a capacidade do meio relacionada com o número de nutrientes, espaço, etc; γ é a taxa per capita com que os mosquitos da fase aquática que passam para a fase terrestre, em que a proporção r são de fêmeas e $(1 - r)$ são de machos; β é a taxa de acasalamento das fêmeas imaturas com mosquitos machos; μ_A, μ_I, μ_F e μ_M são as taxas de mortalidade associadas a população na fase aquática, fêmeas imaturas, fêmeas fertilizadas e machos respectivamente.

Reis e outros [2] propuseram a seguinte lei de controle $u(t)$ para este sistema

$$u(t) = -\frac{1}{a_1 A_3} [(aA_1 A_3 + (aA_4 + b\beta)A_3)x_1 + ((aA_4 + b\beta)A_4 - b\beta\mu_3)x_2 + (aA_3\phi + b\mu_3)x_3 + aA_2 A_3 x_1 x_3 - v(x)]. \quad (2)$$

Em que: $A_1 = -(\gamma + \mu_1)$, $A_2 = -\frac{\phi}{C}$, $A_3 = r\gamma$, $A_4 = -(\beta + \mu_2)$, $A_5 = (1 - r)\gamma$, $x_1 = A(t)$, $x_2 = I(t)$, $x_3 = F(t)$, $x_4 = M(t)$, $\mu_3 = \mu_F$ e $v(x) = -ak_1 A_3 x_1 - (ak_1 A_4 + bk_1 \beta + ak_0)x_2 - (bk_0 - bk_1 \mu_3)x_3$.

Os parâmetros a, b, k_1, k_0 devem ser convenientemente escolhidos tal que o sistema se torne estabilizável ($k_0 > 0$ e $\frac{b}{a} > -\frac{\mu_3}{\beta}$) (para mais detalhes veja [2]).

A lei de controle (2) pode auxiliar na determinação de estratégias para o controle populacional do *Aedes aegypti*, mas se os parâmetros a, b, k_1, k_0 não forem devidamente escolhidos, a estratégia determinada pode fazer a população estabilizar em níveis muito

elevados. Assim propomos aqui um modelo de otimização e um algoritmo heurístico VNS (VNS_AEDES) para determinação dos parâmetros a, b, k_1, k_0 otimizados.

3 Modelo de Otimização

Propõe-se aqui um modelo matemático de otimização para determinação de valores para a, b, k_1, k_0 que minimizem a densidade total de mosquitos em um dado intervalo de tempo, $[0, T]$, e ao mesmo tempo aplique o mínimo possível de controle, visando minimizar o custo deste.

O modelo proposto está apresentado a seguir.

$$\text{minimizar } [J_1 = \int_{t=0}^T u dt, J_2 = \int_{t=0}^T (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) dt] \quad (3)$$

sujeito a

$$\text{Sistema (1)} \quad (4)$$

$$k_0 > 0 \quad (5)$$

$$\frac{b}{a} > -\frac{\mu_3}{\beta} \quad (6)$$

$$(u(t), x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)) \geq 0, t \in [0, T]. \quad (7)$$

Em que: $x_1 = A(t), x_2 = I(t), x_3 = F(t), x_4 = M(t)$ são as variáveis de estado do sistema (1); $u = u(t, a, b, k_0, k_1)$ é o controle definido em (2); J_1 e J_2 , em (3), são funcionais relacionados respectivamente ao controle utilizado no intervalo de tempo $[0, T]$ e a densidade total de mosquitos; as restrições (4) definem a dinâmica a ser seguida pelo sistema; as restrições (5) e (6) garantem a estabilidade do sistema (1) e as restrições (7) garantem o sentido biológico das variáveis.

Fazendo $S_P = \{s = (a, b, k_0, k_1) \text{ tal que } k_0 > 0, \frac{b}{a} > -\frac{\mu_3}{\beta} \text{ e } k_1 \in R\}$, o conjunto das soluções factíveis para o problema (3)-(7) é definido aqui como $S_F = \{X = (x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t), u(t, s)) \text{ tal que } x_1(t) > 0, x_2(t) > 0, x_3(t) > 0, x_4(t) > 0, u(t, s) \geq 0, s \in S_P, t \in [0, T]\}$. Uma solução factível $\check{X} \in S_F$ pode ser gerada resolvendo o Sistema (1) para algum $\check{s} \in S_P$.

4 Heurística para resolução do modelo de otimização proposto

Deseja-se determinar a dupla (s^*, X^*) , $s^* \in S_P$ e $X^* \in S_F$, que minimize simultaneamente os funcionais J_1 e J_2 . Mas sabe-se que os objetivos J_1 e J_2 são conflitantes, pois quanto menos controle, mais a população de mosquitos cresce. Assim necessita-se de técnicas de otimização multiobjetivo para determinar Soluções Eficientes para o problema em questão [7]. Para isto, propõe-se usar uma adaptação do Método ϵ -restrito definido

em [7], o qual redefine o problema em um conjunto de subproblemas na forma.

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & [J_1 = \int_{t=0}^T u dt] \end{array} \quad (8)$$

sujeito a

$$\text{Sistema (1)} \quad (9)$$

$$x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) + x_4(t) \leq \epsilon, \quad t \geq t_{fix} \quad (10)$$

$$X = (x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t), u(t, s)) \in S_F, \quad (11)$$

onde ϵ é o nível requerido para a densidade de mosquitos a partir de um determinado tempo t_{fix} . Para cada valor de ϵ tem-se um problema diferente.

4.1 Algoritmo VNS_AEDES

Para resolver numericamente o problema de otimização (8)-(11) propõe-se o algoritmo heurístico VNS-Variable neighborhood search [8].

O problema (8)-(11) se resume em: dados T , t_{fix} e ϵ , deseja-se encontrar a dupla $D^* = (s^*, X^*)$, $s^* \in S_P$ e $X^* \in S_F$, tal que J_1 seja o mínimo possível. Em que:

$S_P = \{s = (a, b, k_0, k_1) \text{ tal que } k_0 > 0, \frac{b}{a} > -\frac{\mu_3}{\beta} \text{ e } k_1 \in R\}$, $S_F = \{X = (x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t), u(t, s)) \text{ tal que } x_1(t) > 0, x_2(t) > 0, x_3(t) > 0, x_4(t) > 0, u(t, s) \geq 0, s \in S_P, t \in [0, T]\}$.

VNS é um algoritmo estocástico no qual um conjunto de estruturas de vizinhanças N_k ($k = 1, \dots, k_{max}$) são definidas e em cada iteração do algoritmo tem-se três passos: perturbação, busca local e movimento. Em cada iteração, uma solução factível D' é gerada aleatoriamente. Um procedimento de busca local é aplicado à solução D' determinando a solução D'' na vizinhança atual $N_k(D')$. A solução atual é trocada pelo novo ótimo local D'' se, e somente se, $J_1(D'') < J_1(D')$. O processo é repetido a partir da solução D'' na primeira vizinhança N_1 . Se $J_1(D'') \geq J_1(D')$, o algoritmo move para a próxima vizinhança, e tenta melhorar a solução atual. O Algoritmo VNS_AEDES proposto é apresentado a seguir.

4.1.1 Estrutura de vizinhança considerada

Considere $D' = (s', X')$, $s' \in S_P$ e $X' \in S_F$, em que $s' = (a', b', k'_0, k'_1)$. Uma vizinhança $N_1(D')$ é definida fixando os valores b', k'_0, k'_1 de s' e variando o valor de a , ou seja: $N_1(D') = \{(s, X) \text{ tais que } s = (a, b', k'_0, k'_1) \in S_P, a \neq a' \text{ e } X \in S_F\}$. Da mesma forma define-se: $N_2(D') = \{(s, X) \text{ tais que } s = (a', b, k'_0, k'_1) \in S_P, b \neq b' \text{ e } X \in S_F\}$, $N_3(D') = \{(s, X) \text{ tais que } s = (a', b', k_0, k'_1) \in S_P, k_0 \neq k'_0 \text{ e } X \in S_F\}$ e $N_4(D') = \{(s, X) \text{ tais que } s = (a', b', k'_0, k_1) \in S_P, k_1 \neq k'_1 \text{ e } X \in S_F\}$.

4.1.2 Algoritmo

VNS_AEDES

Dado $k_{max} = 4$ e definida a vizinhança $N_k(D)$, $k = 1, 2, 3, 4$ faça:

1. Determine uma solução factível inicial aleatória $D_0 = (s_0, X_0)$, $s_0 \in S_P$ e $X_0 \in S_F$;

2. $k \leftarrow 1$ e $D' \leftarrow D_0$;
 3. Enquanto $k \leq k_{max}$ faça:
 - 3.1. Aplique o algoritmo *Melhor Vizinho*: Encontre $D'' \in N_k(D')$ (perturbação e busca local);
 - 3.2. Se ($J_1(D'') < J_1(D')$) faça:
 - 3.2.1. $D' \leftarrow D''$ e $k \leftarrow 1$ (movimento);
 - 3.3. senão
 - 3.3.1. $k \leftarrow k + 1$;
 - 3.4. Fim-Se;
 4. Fim-Enquanto;
 5. $D^* = D'$.
- FIM

Melhor Vizinho

Dado l_{max} faça:

1. Gere aleatoriamente $D'' \in N_k(D')$, $l \leftarrow 1$;
2. Enquanto $l \leq l_{max}$ faça:
 - 2.1 Perturbe D'' : gere aleatoriamente $\underline{D}'' \in N_k(D'')$, ($\underline{D}'' \neq D''$);
 - 2.2 Se ($J_1(\underline{D}'') < J_1(D'')$) faça:
 - 2.2.1 $D'' \leftarrow \underline{D}''$;
 - 2.3 Fim-Se;
 - 2.4 $l \leftarrow l + 1$;
3. Fim-Enquanto;
4. Retorne D'' .

O algoritmo VNS_AEDES determina uma solução factível otimizada para o problema de otimização (8)-(11). Ou seja, determina uma estratégia otimizada de controle ($u(t)$), no intervalo de tempo $[0, T]$ que mantém a densidade populacional de mosquitos em um baixo nível ϵ , como requerido.

5 Resultados Numéricos

Na Tabela 1 são apresentados os parâmetros usados nas simulações computacionais, dados equivalentes a situações locais com boas condições ambientais para o mosquito e temperatura de $25^\circ C$. Todos os parâmetros, com exceção de r , são medidos por dia (d^{-1}).

A Figura 1[a] mostra a estratégia de controle otimizada, obtida usando a heurística VNS_AEDES, utilizando os dados da Tabela 1, em um período de tempo de 150 dias, $T = 150$, $\epsilon = 1$ e $t_{fix} = 70$ dias. Os valores otimizados obtidos para os parâmetros da equação de $u(t)$ foram $a^* = 0.0672$, $b^* = 6.0197$, $k_0^* = 3.8677$ e $k_1^* = -0.8401$.

A Figura 1[a] mostra que o controle deve ser aplicado com mais intensidade nos primeiros 10 dias e a partir de então deve ser reduzido a medida que a população reduz, como mostra a Figura 1[b]. A Figura 1[b] mostra o efeito controle otimizado na dinâmica populacional dos mosquitos.

Tabela 1: Valores dos parâmetros.

Parâmetros	C	γ	r	β	ϕ	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4
Valores	3	0.0941	0.5	0.927	6.353	0.0583	0.0202	0.0319	0.06

Fonte: [4–6]

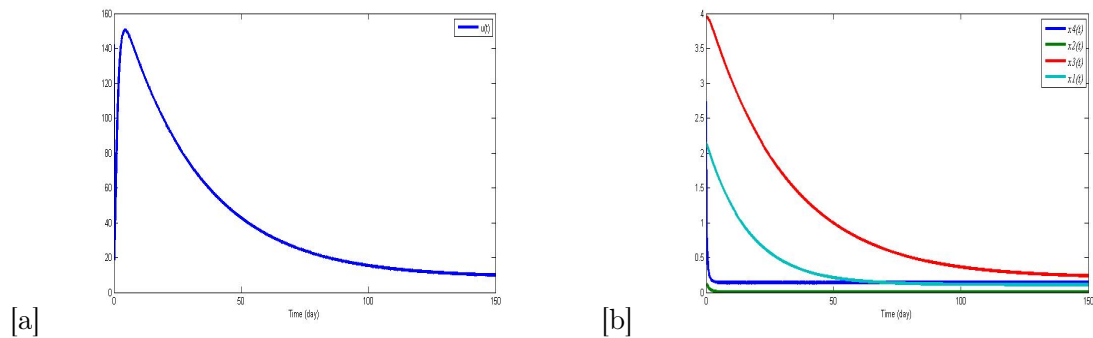


Figura 1: [a]Estratégia de controle otimizado obtido com a aplicação da heurística VNS_AEDES; [b]Dinâmica populacional dos mosquitos nas fases: aquática ($x_1(t)$), fêmeas imaturas ($x_2(t)$), fêmeas fertilizadas ($x_3(t)$), machos ($x_4(t)$) com a aplicação do controle.

A heurística VNS_AEDES foi usada para determinar uma estratégia de controle otimizada a ser aplicada na fase aquática do ciclo de vida do *Aedes aegypti*. A estratégia determinada consistiu de aplicação de alta intensidade do controle nos primeiros 10 dias e depois reduzir esta quantidade, baixando assim a população de mosquitos em níveis baixos em aproximadamente 50 dias. Esta estratégia reduz também o custo de aplicação do controle, visto que $u(t)$ é minimizado ao longo do tempo. A redução da população de *Aedes aegypti* favorece a redução de doenças transmitidas por este vetor.

6 Conclusão

Neste trabalho a heurística VNS_AEDES foi proposta para determinar estratégias de controles otimizadas para a fase aquática do *Aedes aegypti*. Tais estratégias produzem um custo mínimo para aplicação do controle, reduz impacto ambiental, reduz a população de mosquitos e favorece a redução de doenças como: dengue, chikungunya, zika e febre amarela. Os resultados computacionais mostram que a presente metodologia tem grande potencial como ferramenta para os agentes de vigilância sanitária.

Agradecimentos

Os autores agradecem aos órgãos: FAPESP No.2009/15098 – 0 e 2014/01604 – 0), FUNDUNESP/PROPE/UNESP, CNPq (302454/2016 – 0), CAPES e PROPG UNESP

pelo apoio financeiro.

Referências

- [1] L. Esteva, H.M. Yang, Control of dengue vector by sterile insect technique considering logistic recruitment, *TEMA Tendência em Matemática Aplicada e Computacional*, 7, 259-268, 2006.
- [2] C.A. Reis, D. Colon, H.O. Florentino, D.R. Cantane, S.S.R.F. ROSA, J. Balthazar. *Análise de um modelo populacional do mosquito transmissor da dengue via linearização exata*. Pesquisas Aplicadas em Modelagem Matemática, 1ed., 4, 61-84, 2015.
- [3] WHO - World Health Organization 2017 Dengue. Available at: [http : //www.who.int/mediacentre/factsheets/fs117/en/](http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs117/en/). Accessed February 19, 2017.
- [4] M. A. S. Koiller, M. O. Souza, C. Codeço, A. Igidr, G. Sallet. Aedes, Wolbachia and Dengue. INRIA Research Report RR8462, 2014.
- [5] H. M. Yang, M. L. G. Macoris, K. C. Galvani, M. T. M. Andrighetti, D. M. V. Wanderley. Assessing the effects of temperature on the population of *Aedes aegypti*, vector of dengue. *Epidemiology & Infection* 137, 1188-1202, 2009.
- [6] R. C. A. Thomé, H. M. Yang, L. Esteva. Optimal control of *Aedes aegypti* mosquitoes by the sterile insect technique and insecticide, *Mathematical Biosciences*, 223, 12-23, 2010.
- [7] K. Deb. *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. John Wiley & Sons, 2001.
- [8] P. Hansen, N. Mladenovic, J.A.M. Perez. Variable neighbourhood search: methods and applications, 319-360, 2008. DOI:10.1007/s10288-008-0089-1.