

Planejamento da produção na indústria de bebidas não alcoólicas: um novo modelo matemático.

Víctor Mario Noble Ramos¹

Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, UFSCAR, Sorocaba, SP

Deisemara Ferreira²

Departamento de Física, Química e Matemática, UFSCAR, Sorocaba, SP

Resumo. Neste trabalho se propõe um novo modelo matemático para o problema integrado de dimensionamento e sequenciamento da produção na indústria de bebidas não alcoólicas. Diferente de outros trabalhos da literatura, neste trabalho é tratado o problema geral onde cada tanque pode ser conectado a várias linhas de envase simultaneamente, o que torna o problema mais complexo e impossibilita a aplicação dos modelos já propostos na literatura. Os resultados indicam que os planos obtidos usando o modelo proposto são mais eficientes do que os planos propostos pelos trabalhos da literatura.

Palavras-chave. Planejamento e Controle da Produção, MILP, Modelo matemático, Bebidas não alcoólicas.

1 Introdução

Na literatura encontram-se numerosos modelos matemáticos que representam problemas reais para apoio à decisões importantes em diversos processos industriais reais onde a tomada dessas decisões se complica devido à natureza combinatorial dos fatores e variáveis envolvidos na decisão. Dentre eles, os modelos de programação linear inteira mista (MILP) têm grande importância devido à sua grande facilidade de adequação para solucionar problemas reais..

Dentre os modelos MILP encontramos os modelos de dimensionamento e sequenciamento da produção que dão suporte às decisões de determinar qual é a quantidade a ser produzida de cada item e a sequência de produção deles, para a elaboração dos planos mestres de produção em diversos processos industriais. Este é o caso das indústrias de bebidas não alcoólicas, cujas características fazem com que encontrar planos de produção factíveis seja altamente complexo [1, 2, 3]. Este processo, composto principalmente de dois estágios de produção e será descrito na Seção 2.

Em revisões bibliográficas sobre o tema foram encontrados 31 modelos específicos para o problema de planejamento e controle da produção de bebidas. No entanto, a maioria desses modelos assumem alguns pressupostos específicos, como a consideração de um único

¹vicmanr90@gmail.com

²deise@ufscar.br

estágio produtivo, a dedicação de tanques a linhas de produção, a desconsideração da perecibilidade das matérias primas, ou a consideração de atrasos em apenas um período, entre outras, que fazem com que esses modelos não sejam diretamente aplicáveis em todos os casos reais e adaptar essas formulações para esses casos pode não ser trivial. Formulações para casos mais gerais são muito complexas e não retornam soluções factíveis em tempos razoáveis.

A formulação proposta nesse trabalho aborda um problema mais geral que inclui tanto os casos particulares que abordam as outras formulações existentes quanto outros como por exemplo onde fazer dedicação tanque-máquina não é possível, ou a perecibilidade é mais crítica. O modelo proposto mistura um enfoque baseado na formulação clássica do problema de dimensionamento de lotes capacitado com *setups* dependentes da sequência de produção (CLSD pelas suas siglas em inglês) junto com a estratégia de medição de tempos contínuos [4] dos lotes para controlar a sequência de produção nos dois estágios produtivos envolvidos. Com o modelo proposto pretende-se resolver instâncias de porte real em tempos razoáveis.

Na seção 2 apresenta-se o problema abordado nesse trabalho. A seção 3 apresenta a estrutura do modelo de maneira conceitual e ilustrativa. Na seção 4 são apresentados e analisados os experimentos computacionais e os seus resultados. Finalmente apresentam-se as considerações finais e direções para trabalhos futuros na seção 5.

2 Processo de produção de bebidas

As bebidas não alcoólicas são doo tipo refrigerantes, sucos, chás, energéticos iogurtes entre outras. A produção de cada uma pode envolver alguma particularidade como necessidade de pasteurização, maturação em tanques, etc., Porém, o processo de produção em geral, envolve as etapas de preparo da matéria prima em tanques, finalização da base da bebida, envase, embalagem e estoque para posterior distribuição. O fluxo do processo é esquematizado na Figura 1. Este processo é caracterizado por ter dois estágios de produção bem diferenciados: o preparo e o envase da bebida. Esses estágios são dependentes entre si e devem ser sincronizados.

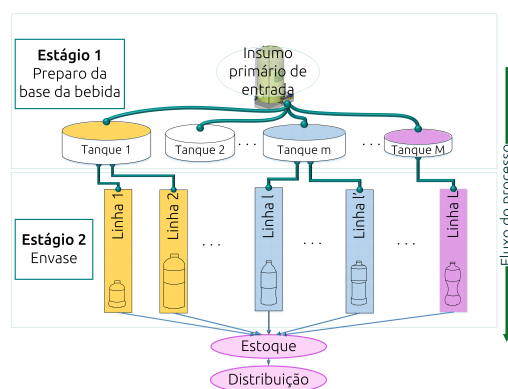


Figura 1: Processo de fabricação de bebidas não alcoólicas.

O primeiro estágio de produção corresponde aos tanques de preparo dos xaropes a serem utilizados na fabricação das bebidas, este estágio inclui, entre outras atividades, a limpeza dos tanques, medição dos ingredientes necessários e mistura dos componentes. Esses tanques podem diferir em capacidade e suprir simultaneamente uma ou mais linhas de produção (sempre que essas linhas estejam usando o mesmo xarope).

O segundo estágio do processo, é definido pelas linhas de envase de diferentes capacidades e envolve as atividades de lavado das garrafas, enchimento, fechamento, etiquetado e estoque. Por motivos de modelagem é comum considerar toda a linha produtiva, que se compõe de diversas máquinas, como uma única máquina. Cada linha somente pode ser alimentada por um tanque por vez sem importar quantos tanques estejam disponíveis.

Existem também tempos e custos de *setup* que dependem da sequência de produção. Essa característica está presente tanto para os xaropes como para os itens finais,

Adicionalmente, os xaropes são perecíveis e não podem permanecer por um tempo prolongado nos tanques no primeiro estágio. Por questões técnicas e de homogeneidade precisa-se de que antes de cada preparo o tanque esteja totalmente vazio e que seja elaborada uma quantidade pré-estabelecida mínima de xarope. Finalmente e dependendo do tipo de bebida, por exemplo, iogurtes ou sucos à base de frutas, pode precisar-se de alguma(s) outra(s) atividade(s) adicionais, tais como fermentação ou pasteurização.

3 Modelo proposto

A modelagem proposta é denominada modelo de múltiplas máquinas e recursos sincronizados, ou SMMR (em inglês: *Synchronized multi machines and resources model*). A proposta conta com uma estrutura do horizonte de planejamento discretizado em períodos. Em cada período se considera um número máximo possível de lotes de produto final, os quais são de tamanho variável, cada um limitado pela capacidade dos recursos. Este número máximo de lotes, está determinado pela quantidade de tanques, o número de possíveis enchimentos desses tanques e o número de linhas totais existentes que se podem conectar neles. A proposta contempla as seguintes suposições:

- Cada tanque pode alimentar várias (ou todas) as linhas de produção simultaneamente.
- Cada linha de produção só pode estar conectada com um apenas tanque por vez.
- A demanda por item final ocorre ao final de cada período.
- Um tanque pode ser enchido um número máximo de enchimentos $|O|$ em todo o horizonte de planejamento e por período t , um máximo de $|O_t|$ vezes.
- O tempo de preparo nos tanques e nas linhas depende da sequência.
- Para os tanques e linhas é necessário uma limpeza no início de cada período, o qual depende do estado de preparo do período anterior.
- Todos os tanques têm capacidade limitada.
- O tempo de preparo do xarope não depende da quantidade preparada.
- É permitido produzir vários lotes nas linhas a partir de um mesmo enchimento de um tanque, sempre que os itens envolvidos sejam distintos, ou seja, de vasilhame diferente com o mesmo sabor.

- Não é permitido produzir mais de um lote do mesmo item em um mesmo enchimento de um tanque conectado. Estas trocas somente são permitidas quando a linha troca de conexão de tanque ou de enchimento no mesmo tanque.
- A capacidade das linhas de produção em um determinado período está limitada pela duração desse período.

Por questões de espaço o modelo matemático será suprimido. A seguir são dadas explicações do modelo, com a numeração se indicam as restrições utilizadas.

A função objetivo(1) minimiza custos de estoque, de atraso da produção e dos *setups* por trocas de itens e por trocas de xaropes nos dois estágios produtivos. O modelo conta com as seguintes restrições:

Restrições do primeiro estágio

Referente às linhas de envase existem:

- (2) restrições de balanceamento de fluxo estoques para os itens finais;
- (3-4) restrições que estabelecem o fluxo de *setup* em cada período para as linhas;
- (5) restrições de eliminação de subsequências desconectadas baseadas nas restrições eliminação de *subtours* de Miller, Tucker e Zemlin [3];
- (6) restrições de *setup* para a produção dos lotes nas linhas;
- (7-9) restrições para marcar trocas de itens entre períodos;
- (10-12) restrições que medem os tempos das conexões das linhas e finalmente,
- (13-14) restrições que controlam o tamanho dos lotes a respeito da capacidade e do lote mínimo dos tanques.

Restrições do segundo estágio

Para os tanques existem:

- (15) restrições que limitam o estado de preparo de cada tanque;
- (16-17) restrições que conservam o estado de *setup* se não houver utilização do xarope;
- (18-22) restrições para definir as trocas de xarope de forma correta;
- (23-25) restrições para controlar os tempos dos lotes nos tanques, e por último,
- (26) restrições para controlar a perecibilidade dos xaropes.

Restrições de *link* entre os dois estágios

Para relacionar os dois estágios se usam as restrições:

- (27) restrições que determinam o xarope que deve ser preparado dependendo do item a ser produzido no primeiro estágio e,
- (28) restrições para controlar o tempo que o tanque deve estar disponível para as linhas conectadas.

4 Experimentos computacionais

Para testar o modelo SMMR foram utilizadas 28 instâncias de pequeno porte da literatura, nomeadas E1-E28, elas são baseadas de dados reais. Estas instâncias são as mesmas utilizadas no trabalho [1]. Os experimentos foram realizados em uma máquina com processador i7-6700 de 3.4GHz e memória RAM de 16Gb, utilizando a linguagem de programação algébrica AMPL e o pacote de otimização CPLEX. Não limitou-se o tempo de execução devido ao tamanho relativamente pequeno das instâncias.

As soluções obtidas pelo modelo SMMR foram comparadas com a solução de um modelo da literatura que dedica tanques a linhas de produção, o modelo F1 [1]. Embora o modelo F1 seja mais fácil de ser resolvido ele apresentou soluções piores.

A Figura 2 apresenta uma comparação do valor das funções objetivo para cada formulação. Observe-se que o modelo SMMR melhorou significativamente o custo total para todas as instâncias testadas. A redução do custo foi em média 61.93%.

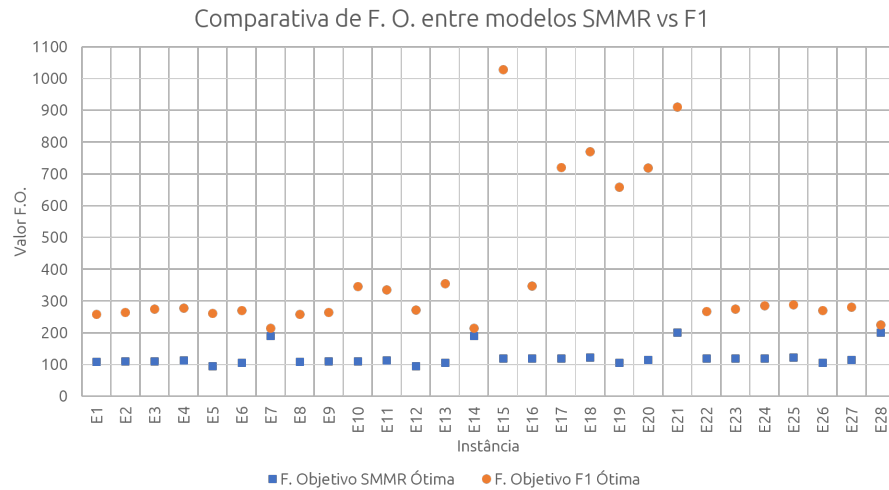


Figura 2: Comparativa das funções objetivo obtidas dos modelos F1 e SMMR.

Desagregando os custos das funções objetivo observou-se, que a melhoria no custo deve principalmente à diminuição dos níveis de estoque de cada produto. Por exemplo para a instância E1, na Figura 3 pode se observar que a diferença entre os custos de estoque das duas formulações é de 62,07%, entanto que o custo de atraso diminuiu para R\$0 no SMMR. Os custos por trocas mantiveram-se iguais nos dois casos.

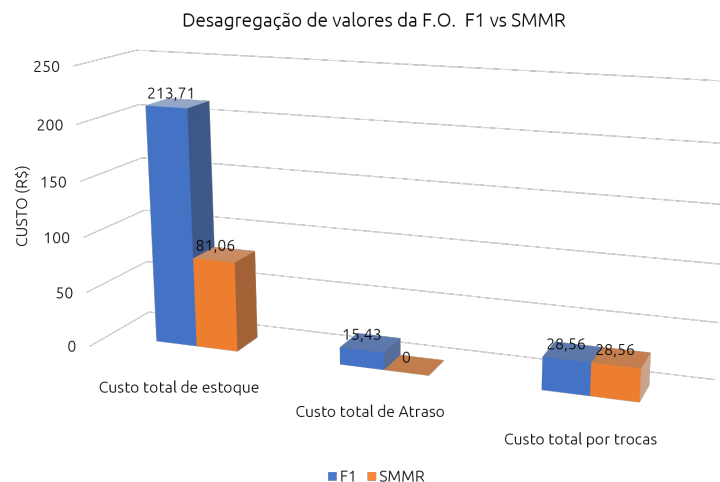


Figura 3: Desagregação dos custos da função objetivo de cada modelo para instância E1.

Em média, os custos de estoque diminuiram um 62,71% e os custos de atraso diminuiram em 60.71% quando consideramos todas as instâncias. Isto é consequência de alguns dos pressupostos e estrutura do modelo F1. Por exemplo, observou-se que entre os supostos desse modelo precisa-se de um lote de xarope no primeiro estágio para cada lote de produto final. Devido à existência de restrições de lote mínimo de xarope se existir preparo, o excesso de produção converte-se em estoque gerando o custo respectivo associado. O modelo SMMR permite fazer uma agregação dos itens finais por xarope, possibilitando aproveitar um único lote de xarope para vários itens finais feitos a partir dele, isto se traduz em lotes de itens finais menores, diminuindo ou anulando o excesso.

No caso dos custos de trocas, existe um aumento leve destes custos no modelo SMMR para as instâncias testadas. Isto é devido a que, diferentemente do modelo F1, o qual somente considera um dos custos dentre os dois estágios (o maior deles), o modelo SMMR considera ambos custos de troca nos estágios de produção envolvidos. Analisando mais detalhadamente o modelo F1 possivelmente esses custos são maiores na realidade do que os considerados pela função objetivo desse modelo e os custos aparentemente maiores do modelo SMMR na realidade seriam menores que os do modelo F1.

A respeito do desempenho computacional, as instâncias para o modelo F1 rodaram com um tempo médio de 0,18261s. Estes tempos para o modelo SMMR foram muito maiores. A instância para a instância mais rápida (E25) encontrou-se o ótimo em 31,72 s, enquanto que a mais demorada foi E9 com um tempo de execução de 4886,86 s. O tempo médio de execução foi de 412,96 s. Isto revela a alta complexidade computacional da proposta. No entanto, analisando as saídas do *solver* observou-se que o modelo proposto converge rapidamente no seu limitante superior. Como mostrado na Tabela 1, este comportamento foi comum a todas as instâncias testadas. A convergência se deu nos primeiros segundos da execução, no entanto, o *solver* demora explorando o espaço de soluções procurando melhorar o limitante inferior, o qual avança de forma lenta.

Tabela 1: Tempos de convergência do melhor inteiro para ótimo em instâncias E - Modelo SMMR

Instância	FO Ótima	Tempo de convergência (s) - melhor inteiro	Tempo total	Instância	FO Ótima	Tempo de convergência (s) - melhor inteiro	Tempo total
E1	109.623	7.01	614.42	E15	119.623	9.84	196.61
E2	110.066	68.89	2030.78	E16	120.066	19.5	157.88
E3	109.989	8.69	170.22	E17	119.989	6.34	125.58
E4	113.172	26.16	490.42	E18	123.172	6.69	41.13
E5	95.569	19	299.75	E19	105.569	6.55	181.45
E6	105.574	14.69	313.44	E20	115.574	1.08	113.53
E7	106.091	18.66	1102.61	E21	116.091	6.61	359.09
E8	109.623	5.08	425.03	E22	119.623	5.73	147.39
E9	110.066	27.91	4886.86	E23	120.066	7.39	116.27
E10	109.989	7.86	154.99	E24	119.989	8.52	56.72
E11	113.172	11.14	1216.98	E25	123.172	3.53	31.72
E12	95.569	10.45	463.67	E26	105.569	9.73	784.88
E13	105.574	9.34	76.38	E27	115.574	6.75	185.31
E14	106.091	10.95	582.3	E28	116.091	5.7	330.14

5 Considerações finais

Nesse trabalho foi proposto um novo modelo de dimensionamento e sequenciamento de lotes para processos de produção de bebidas. A proposta mistura o enfoque CLSD que por sua vez se baseia no problema do caixeiro viajante assimétrico com a medição dos tempos contínuos dos lotes para controlar a sequência de produção.

Os resultados indicam que a proposta melhora os planos de produção obtidos quando comparado com o modelo F1 [1] em todas as instâncias testadas. Um aspecto negativo da proposta é o alto tempo computacional empregado em comparação com os tempos do F1 para as mesmas instâncias. No entanto, observou-se também a rápida convergência do limitante superior para o modelo proposto em todas as instâncias, o qual dá um indício de que se limitar-se o tempo de execução para um limite plausível, a resposta obtida pode ser significativamente melhor que a encontrada com o modelo F1.

Como perspectiva futura pretende-se realizar mais testes com instâncias maiores reais e geradas aleatoriamente. Uma direção de pesquisa interessante é pesquisar e desenvolver de técnicas que permitam acelerar a convergência do limitante inferior com o objetivo de diminuir o tempo de solução empregado.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pelo financiamento da pesquisa.

Referências

- [1] D. Ferreira, A. R. Clark, B. Almada-Lobo, and R. Morabito. Single-stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production. *International Journal of Production Economics*, 136(2):255–265, 2012.
- [2] C. Toledo, A. Kimms, P. M França, and R. Morabito. The Synchronized and Integrated Two-Level Lot Sizing and Scheduling Problem: Evaluating the Generalized Mathematical Model. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015(2009):1–18, 2015.
- [3] C.M. Defalque, S. Rangel, and D. Ferreira. Usando o ATSP na Modelagem do Problema Integrado de Produção de Bebidas. *TEMA - Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, 12(3):195–209, 2011.
- [4] C. Suerie. Basic Models in Lot-Sizing. *Time Continuity in Discrete Time Models: New Approaches for Production Planning in Process Industries*, (1995):7–29, 2005.