

Identificação de danos estruturais empregando transformações integrais e o algoritmo de Luus-Jaakola

Luciano dos Santos Rangel¹
Carlos Eduardo Zavoli Cordeiro²
Gustavo Nogueira Lopes da Silva³
Isabela Cristina da Silveira e Silva Rangel⁴
Diego Campos Knupp⁵
Leonardo Tavares Stutz⁶

Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, Instituto Politécnico, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Nova Friburgo, RJ

Resumo. O presente trabalho aborda a identificação de danos estruturais em uma viga de Euler-Bernoulli simplesmente apoiada. A modelagem matemática da estrutura pode ser dada por um problema de valor inicial, uma Equação Diferencial Parcial (EDP). Para resolver a EDP que modela a viga, este trabalho propõe a utilização da Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT). A identificação de danos é modelada a partir de uma formulação de problemas inversos, buscando-se estimar um determinado campo de coesão baseado na resposta impulsiva da estrutura, onde o problema de minimização é resolvido pelo algoritmo Luus-Jaakola. Com os resultados obtidos, pode-se concluir que a estratégia adotada foi capaz de identificar os danos com acurácia.

Palavras-chave. Identificação de Danos, Transformada Integral Generalizada, Resposta Impulsiva.

1 Introdução

A identificação de danos estruturais é uma questão de fundamental importância na engenharia, visto que uma estrutura está sujeita a processos de deterioração e a ocorrência de danos durante a sua vida útil. A presença de danos compromete o desempenho e a integridade estrutural, podendo colocar vidas humanas em risco e resultar em perdas econômicas consideráveis. Por estes motivos, estudos envolvendo a identificação de danos estruturais a partir de alterações nas características de vibração da estrutura, são crescentes na literatura especializada [4].

¹lrangel@iprj.uerj.br

²caduzavoli1@gmail.com

³gustavonogueiralopes@gmail.com

⁴isilva@iprj.uerj.br

⁵diegoknupp@iprj.uerj.br

⁶ltstutz@iprj.uerj.br

O presente trabalho aborda o problema de identificação de danos em uma viga de Euler-Bernoulli simplesmente apoiada. O comportamento dinâmico do sistema é descrito por uma equação diferencial parcial, cuja solução analítica pode ser extremamente custosa ou até mesmo inexistente, dependendo do modelo de dano e da excitação externa considerados. Para contornar essas dificuldades, o presente trabalho propõe a utilização da Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT) para a obtenção da resposta da estrutura.

Um problema inverso de identificação de danos, formulado a partir da GITT, é aqui proposto como um problema de otimização, onde a integridade estrutural é descrita por um parâmetro de coesão [5].

Para a resolução do problema, foi considerado o método estocástico de otimização Luus-Jaakola [2]. Resultados numéricos, relativos ao problema de identificação de danos na presença de dados corrompidos com ruído, mostram a potencialidade do método proposto.

O trabalho é organizado como se segue. Na Seção 2 é apresentada a formulação matemática da viga de Euler - Bernoulli simplesmente apoiada, além da GITT. De forma sucinta, é apresentada a formulação do problema inverso, na Seção 3. Na Seção 4 são apresentados os resultados numéricos da identificação de danos e por último, são apresentadas as conclusões obtidas com a presente pesquisa e são realizadas algumas sugestões para trabalhos futuros.

2 Formulação matemática e metodologia de solução

A equação de movimento de uma viga de Euler-Bernoulli é dada por uma equação diferencial parcial, onde $w(x, t)$ representa a deflexão transversal em um ponto x ao longo da viga, no instante de tempo t . A equação é descrita por

$$\mu \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + \eta \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right] = f(x, t), \quad (1)$$

sendo μ a massa por unidade de comprimento; η o coeficiente de amortecimento viscoso; $EI(x)$ a rigidez à deflexão, onde E é o módulo de elasticidade e I é o momento de inércia de área da seção transversal da viga; e $f(x, t)$ representa um carregamento externo por unidade de comprimento.

No presente trabalho, a integridade estrutural é descrita pelo parâmetro de coesão β definido como

$$\beta(x) = EI(x)/E_0 I_0, \quad (2)$$

onde E_0 e I_0 representam os valores nominais do módulo de elasticidade e do momento de inércia de área. Cumpre destacar que, $\beta = 1$ representa ausência de dano, enquanto que $\beta = 0$ representa uma ruptura local.

A deflexão transversal é submetida às seguintes condições de contorno nos suportes $x = 0$ e $x = L$ e condições iniciais, dadas por:

$$w(0, t) = 0, \quad w(L, t) = 0, \quad EI(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = 0, \quad EI(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=L} = 0, \quad (3)$$

$$w(x, 0) = 0, \quad \left. \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0. \quad (4)$$

Neste trabalho, a solução das Eqs. (1-4) é obtida por meio do método híbrido numérico-analítico conhecido como Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT - Generalized Integral Transform Technique). A GITT é um método baseado em transformações integrais, sendo uma versão híbrida e mais sofisticada da Técnica da Transformada Integral Clássica (CITT - Classical Integral Transform Technique), permitindo o tratamento de problemas não-transformáveis a priori, incluindo problemas não-lineares [1]. Embora sua utilização tenha se difundido principalmente em aplicações de transferência de calor e escoamento, mais recentemente o método também foi utilizado na análise dinâmica de estruturas [3].

A partir da seguinte igualdade

$$E_0 I_0 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\beta(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] = E_0 I_0 \frac{\partial^4 w}{\partial w^4} + E_0 I_0 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[(\beta(x) - 1) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right], \quad (5)$$

a Eq. (1) pode ser reescrita como

$$\mu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \eta \frac{\partial w}{\partial t} + E_0 I_0 \frac{\partial^4 w}{\partial w^4} = E_0 I_0 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[(1 - \beta(x)) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] + f(x, t). \quad (6)$$

Seguindo o formalismo para a solução via GITT, define-se o seguinte par de transformação integral

$$(a) \quad w(x, t) = \sum_{i=1}^{N_{tr}} \tilde{\psi}_i(x) \bar{w}_i(t), \quad (b) \quad \bar{w}_i(t) = \int_0^L \tilde{\psi}_i(x) w(x, t) dx, \quad (7)$$

sendo $\tilde{\psi}_i(x)$ e $\bar{w}_i(t)$ as autofunções normalizadas e os coeficientes de expansão relacionados às coordenadas modais, respectivamente, e N_{tr} a ordem de truncamento da expansão.

As autofunções normalizadas são definidas como

$$\tilde{\psi}_i(x) = \frac{\psi_i(x)}{N_i^{1/2}}, \quad N_i = \int_0^L [\psi_i(x)]^2 dx. \quad (8)$$

As autofunções $\psi_i(x)$ e os respectivos autovalores λ_i são obtidos do seguinte problema de autovalor diferencial:

$$E_0 I_0 \frac{\partial^4 \psi_i(x)}{\partial x^4} - \lambda_i^2 \mu \psi_i(x) = 0, \quad \psi_i(0) = \psi_i(L) = \psi_i''(0) = \psi_i''(L) = 0, \quad (9)$$

que possui solução analítica explícita dada por

$$\lambda_i = \sqrt{\frac{E_0 I_0}{\mu L^4}} i^2 \pi^2, \quad \psi_i(x) = \sin\left(\frac{i\pi}{L} x\right). \quad (10)$$

Aplicando-se o operador $\int_0^L \tilde{\psi}_i(x)(\bullet) dx$ na Eq. (6), obtém-se

$$\mu \frac{d^2 \bar{w}_i(t)}{dt^2} + \eta \frac{d \bar{w}_i(t)}{dt} + \lambda_i^2 \bar{w}_i(t) = \underbrace{\int_0^L \tilde{\psi}_i(x) E_0 I_0 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[(1 - \beta(x)) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] dx}_{\bar{g}_{i,1}(t, \bar{\mathbf{w}})} + \underbrace{\int_0^L \tilde{\psi}_i(x) f(x, t) dx}_{\bar{g}_{i,2}(t)}, \quad (11)$$

onde $\bar{\mathbf{w}} = \{\bar{w}_1(t), \bar{w}_2(t), \dots, \bar{w}_{N_{tr}}(t)\}$ e $i = 1, 2, 3, \dots, N_{tr}$ o índice associado a coordenada modal captado pela solução. Integrando duas vezes por partes $\bar{g}_{i,1}(t, \bar{\mathbf{w}})$, obtém-se

$$\bar{g}_{i,1}(t, \bar{\mathbf{w}}) = E_0 I_0 \int_0^L (1 - \beta(x)) \frac{d^2 \tilde{\psi}_i(x)}{dx^2} \frac{d^2 w}{dx^2} dx. \quad (12)$$

Substituindo a fórmula da inversa, Eq. (7 a) na Eq. (12) obtém-se

$$\begin{aligned} \bar{g}_{i,1}(t, \bar{\mathbf{w}}) &= E_0 I_0 \int_0^L (1 - \beta(x)) \frac{d^2 \tilde{\psi}_i(x)}{dx^2} \sum_{j=1}^{N_{tr}} \frac{d^2 \tilde{\psi}_j(x)}{dx^2} \bar{w}_j(t) dx = \\ &= E_0 I_0 \sum_{j=1}^{N_{tr}} \bar{w}_j(t) \underbrace{\int_0^L (1 - \beta(x)) \frac{d^2 \tilde{\psi}_i(x)}{dx^2} \frac{d^2 \tilde{\psi}_j(x)}{dx^2} dx}_{A_{i,j}} = E_0 I_0 \sum_{j=1}^{N_{tr}} \bar{w}_j(t) A_{i,j}. \end{aligned} \quad (13)$$

Reescrevemos o problema transformado como

$$\mu \frac{d^2 \bar{w}_i(t)}{dt^2} + \eta \frac{d \bar{w}_i(t)}{dt} + \lambda_i^2 \bar{w}_i(t) = \bar{g}_{i,1}(t, \bar{\mathbf{w}}) + \bar{g}_{i,2}(t), \quad (14)$$

$$\bar{w}_i(0) = 0, \quad \left. \frac{d \bar{w}_i(t)}{dt} \right|_{t=0} = 0. \quad (15)$$

Uma vez que o sistema de equações diferenciais ordinárias dado pelas Eqs. (14) e (15) é resolvido, a fórmula da inversa, Eq. (7 a) pode ser prontamente utilizada para obter uma expressão para a resposta $w(x, t)$. O sistema acoplado dado pelas Eqs. (14) e (15) não possui solução analítica explícita, e é então resolvido numericamente neste trabalho por meio da rotina intrínseca NDSolve, na plataforma Wolfram Mathematica, com controle automático de erro absoluto e relativo.

3 Problema Inverso

No presente trabalho, para a formulação do problema de identificação de danos no domínio do tempo, define-se o vetor de resposta generalizada

$$\mathbf{z}_E = [z_E(t_1) \quad z_E(t_2) \quad \dots \quad z_E(t_N)]^T, \quad (16)$$

onde $z_E(t_i)$ representa a resposta experimental da estrutura, amostrada no instante de tempo t_i e N é o número total de amostras consideradas.

O problema de identificação de danos é, então, definido como

$$\min_{\boldsymbol{\beta}} \frac{1}{2} \|\mathbf{z}_E - \mathbf{z}(\boldsymbol{\beta})\|^2, \quad (17)$$

onde $\mathbf{z}(\boldsymbol{\beta})$ corresponde ao vetor de resposta generalizada previsto pelo modelo da estrutura. No presente trabalho, para a resolução do problema inverso definido na Eq. (17), utiliza-se o método estocástico de otimização Luus-Jaakola [2].

4 Resultados Numéricos

O trabalho considera uma viga de Euler-Bernoulli simplesmente apoiada, cujos parâmetros físicos são: $E_0 I_0 = 3,5 \text{ Nm}^2$, $L = 1,0 \text{ m}$, $\mu = 0,4 \text{ kg.m}^{-1}$ e $\eta = 5,0 \text{ Ns.m}^{-2}$. O campo de coesão foi discretizado em 21 nós, resultando 21 parâmetros nodais de coesão, e o deslocamento transversal da viga foi considerado como medido em $x_0 = 0,2 \text{ m}$, onde também se deu a excitação do tipo impulso unitário, dada por

$$f(x, t) = \delta_t(t) \delta_x(x - x_0), \quad (18)$$

onde

$$\delta_t(t) = \begin{cases} \frac{1}{c}, & \text{se } t \leq c \\ 0, & \text{se } t > c \end{cases}, \quad (19)$$

com c igual a 10^3 e

$$\delta_x(x - x_0) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < x_0 - \frac{g}{2} \\ \frac{1}{g}, & \text{se } x_0 - \frac{g}{2} \leq x \leq x_0 + \frac{g}{2} \\ 0, & \text{se } x > x_0 + \frac{g}{2} \end{cases}, \quad (20)$$

com g igual a 10^{-2} e x_0 é a posição da excitação.

Para obtenção da resposta experimental sintética, considerou a adição de ruído de distribuição gaussiana, de média nula e desvio padrão determinado indiretamente pela razão-sinal-ruído (SNR), definida como

$$\text{SNR} = 10 \log (P_s / P_r), \quad (21)$$

onde P_s e P_r são, respectivamente, a potência do sinal e do ruído. Nos casos simulados, foi considerado, aproximadamente, um nível de ruído de 16 dB.

A imposição do dano à viga, em uma dada posição x , foi realizada alterando-se a espessura relativa $h(x)/h_0$ da seção transversal da mesma, onde h_0 é a espessura nominal. Foram considerados dois cenários de dano. No primeiro, foi considerado um campo de dano simples com redução na altura relativa de 10% na posição 0,4 m. No segundo caso, foi considerado um campo de dano com redução de 20% na altura relativa nas posições 0,45 m e 0,75 m. O resultado da identificação de danos para os dois casos é apresentado na Figura 1.

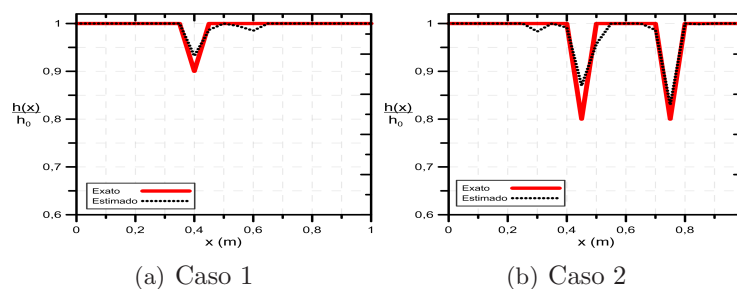


Figura 1: Identificação de danos considerando o método Luus-Jaakola.

Com pode ser observado na Figura 1, o método de identificação de danos proposto foi capaz de identificar os cenários de dano considerados, mesmo na presença de ruído de intensidade considerável.

5 Conclusões

No presente trabalho, um problema inverso de identificação de danos estruturais, em uma viga de Euler-Bernoulli, foi formulado a partir da Técnica da Transformada Integral Generalizada.

Para a resolução do problema inverso de identificação de danos, foi considerado o método de otimização de Luus-Jaakola. O método proposto foi capaz de identificar os campos de dano considerados, mesmo na presença de elevado nível de ruído.

Perante os resultados, pode-se concluir que a estratégia utilizada conseguiu recuperar de forma satisfatória, a localização e intensidade dos danos, mesmo considerando ruído aditivo de elevada intensidade.

Como sugestões para trabalhos futuros, o mesmo problema será abordado considerando a combinação da Transformada Integral Clássica e a GITT; e será considerada também a abordagem bayesiana na formulação do problema inverso.

Agradecimentos

Os autores deixam aqui registrados os agradecimentos às agências de fomento CAPES, CNPq e FAPERJ pelo apoio concedido.

Referências

- [1] R.M. Cotta. Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow. *CRC Press*, pages 158, 1993.
- [2] R. Luus, T. H. I. Jaakola. Optimization by Direct Search and Systematic Reduction of the Size of Search Region. *AIChE Journal*, Issue 4,19: 760-766, 1973.

- [3] C. F. T. Matt. Combined classical and generalized integral transform approaches for the analysis of the dynamic behavior of a damaged structure. *Applied Mathematical Modelling*, 37: 8431-8450, 2013.
- [4] I. C. S. S. Rangel. Identificação de danos estruturais a partir do modelo de superfície de resposta. Dissertação de Mestrado em Modelagem Computacional, Instituto Politécnico, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Nova Friburgo, pages 109, 2014.
- [5] L. T. Stutz, D. A. Castello, F. A. Rochinha, A flexibility-based continuum damage identification approach. *Journal of Sound and Vibration*, 279: 641-667, 2005.