

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

O Método do Reticulado de Boltzmann Aplicado na Simulação Numérica do Escoamento em Canal com Obstáculo

Emilly Zucunelli Krepkij¹

Eduarda Simonis Gavião²

Alunas de Engenharia Eletrônica, UTFPR, Toledo, PR

Jocelaine Cargnelutti³

Vanderlei Galina⁴

Departamento de Matemática, UTFPR, Toledo, PR

O estudo de caso deste trabalho é governado pelas equações de águas rasas e trata-se de um problema clássico na Engenharia Hidráulica [1]. A água escoar ao redor de um cilindro, localizado perpendicularmente no fundo e no centro do canal. O objetivo deste trabalho é analisar o comportamento da profundidade e velocidade da água passando ao redor do cilindro e verificar a captura dos efeitos da turbulência, por meio do método do reticulado de Boltzmann (LBM) com múltiplos tempos de relaxamento (MRT).

A simulação numérica foi obtida por meio do LBM-MRT. A equação governante é [2],

$$f_{\alpha}(\vec{x} + \vec{e}_{\alpha}\Delta t, t + \Delta t) - f_{\alpha}(\vec{x}, t) = -\left(M^{-1}\hat{S}\right)_{\alpha i} (m_i - m_i^{eq}) + \frac{\Delta t}{N_{\alpha}e^2} e_{\alpha i} F_i(\vec{x}, t), \quad (1)$$

onde M é a matriz que transforma vetores do espaço das velocidades em vetores de momentos, m_i são as funções distribuição no espaço dos momentos, onde $|m\rangle = M|f\rangle$, m_i^{eq} são as funções distribuição de equilíbrio no espaço dos momentos e \hat{S} é uma matriz diagonal.

As quantidades físicas de interesse, a profundidade e a velocidade da água (2),

$$h(\vec{x}, t) = \sum_{\alpha} f_{\alpha}(\vec{x}, t) \quad e \quad u_i(\vec{x}, t) = \frac{1}{h(\vec{x}, t)} \sum_{\alpha} e_{\alpha i} f_{\alpha}(\vec{x}, t). \quad (2)$$

A incorporação da turbulência é feita na equação do LBM-MRT (1), por meio de (3). Utilizou-se a simulação de grandes escalas (LES) e o modelo de Smagorinsky [2],

$$\tau_t = \tau/2 + \frac{1}{2} \sqrt{\tau^2 + \frac{18C_s^2}{e^2 h} \sqrt{\Pi_{ij}\Pi_{ij}}}. \quad (3)$$

O comprimento do canal é $L_x = 4m$, a largura é $L_y = 2m$, a vazão na entrada é $Q = 0,248 m^3/s$, a altura da água na saída é $h = 0,185m$, a declividade do fundo

¹ekrepkij@alunos.utfpr.edu

²doardagaviao@hotmail.com

³jocelainecargnelutti@gmail.com

⁴vanderleigalina@gmail.com

do canal é $\partial z_b / \partial x = -6,25 \times 10^{-4}$ na direção do escoamento. Na simulação utilizou-se $\Delta x = \Delta y = 0,035 \text{ m}$, $\Delta t = 0,007 \text{ s}$ e o parâmetro de relaxamento, $\tau = 0,60$. O número de iterações realizadas foi de 40000, correspondente a 280 segundos de medição, suficientes para atingir o regime permanente.

Na Figura 1, tem-se o perfil da profundidade da água no meio do canal e na direção do escoamento para $\tau = 0,60$, e os dados experimentais. O erro relativo na simulação é menor do que 1% no decorrer de todo o canal. Na Figura 2(a), observa-se a profundidade da água e na Figura 2(b) tem-se a velocidade da água na direção do escoamento.

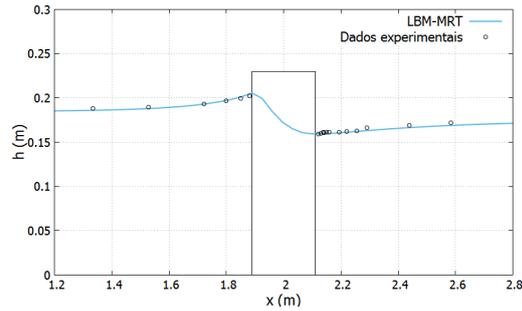


Figura 1: Perfil da profundidade da água no centro do canal e na direção do escoamento.

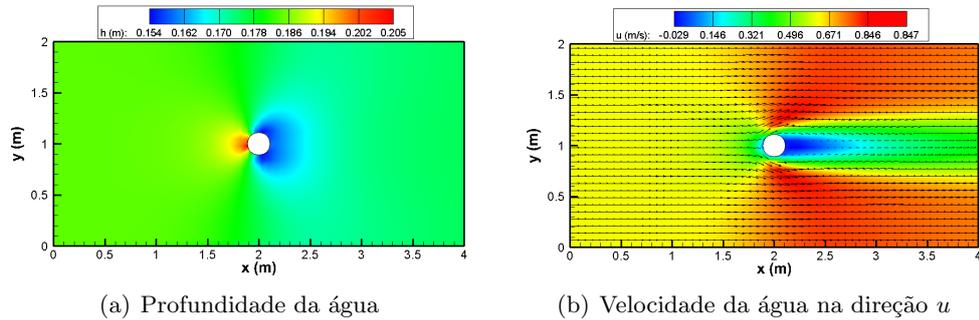


Figura 2: Solução numérica para o escoamento de água com $\tau = 0,60$.

Observando-se a concordância obtida com os dados experimentais, tem-se que o LBM-MRT mostrou-se eficaz na simulação proposta. Pretende-se, futuramente, paralelizar o código deste problema e ampliar a pesquisa para problemas com obstáculos submersos.

Referências

- [1] B. Yulistiyanto. Flow around a cylinder installed in a fixed-bed open channel. Tese de Doutorado, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, 1997.
- [2] J. G. Zhou. *Lattice Boltzmann Method for Shallow Water Flows*. Springer, New York, 2004.