Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 6, n. 2, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVIII CNMAC, Campinas - SP, 2018.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

Autovalores generalizados e o subproblema de região de confiança: um estudo geométrico

Jean Carlos A. Medeiros[1]
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, Campinas, SP
Sandra Augusta Santos[2]
Departamento de Matemática Aplicada, UNICAMP, Campinas, SP

Os problemas de minimização irrestrita são caracterizados como

$$\min_{x\,\in\mathbb{R}^n} f(x) \tag{1}$$

onde $f:\mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$ e f é de classe $\mathcal{C}^2$. Os métodos de região de confiança, mais detalhados em [2], são métodos iterativos para resolver numericamente os problemas do tipo (1), nos quais são construídos, sucessivamente, os elementos de uma sequencia $\{x^k\} \subset \mathbb{R}^n$ de aproximações para a solução do problema. Nos métodos de região de confiança definimos um modelo para função objetivo f a partir de um ponto corrente x^k e estabelecemos uma bola fechada centrada em x^k e com raio Δ_k. Essa vizinhança, em torno de x^k, é chamada de *região de confiança*, pois nessa região podemos confiar que o modelo gera uma boa aproximação para a função objetivo. Dessa forma, a cada iteração temos um subproblema de minimizar o modelo sujeito à região de confiança:

$$\min_{d\in\mathbb{R}^n} m_k(d) = f(x^k) + \nabla f(x^k)^T d + \frac{1}{2} d^T B_k d \tag{2}$$

$$\text{s.a: } \|d\| \leq \Delta_k,$$

onde $d = x - x^k$, ou seja, $\|d\|$ é distância do ponto corrente x^k até o ponto x, e B_k é uma matriz simétrica e com norma uniformemente limitada, para mais detalhes ver [4]. Comumente, o subproblema de região de confiança (2) também é resolvido através de métodos iterativos, como por exemplo as estratégias de Cauchy e de *dogleg*, o algoritmo de Moré-Sorensen, ou o algoritmo de Steihaug-Toint [2, 6, 7]. Recentemente, em 2017, Adachi et. al publicaram o artigo [1], onde eles retomam um método apresentado em 1989 por Gander et al. [3], e com base nele, reduzem a resolução do subproblema a um único problema de autovalores.

Na época em que foi descoberto, o método de Gander et al. era considerado mais lento e menos preciso do que o algoritmo de Moré-Sorensen [5]. Hoje acredita-se que

---

[1] j149233@g.unicamp.br
[2] sandra@ime.unicamp.br

a velocidade lenta e a perda de precisão eram causadas, em grande parte, pelas rotinas utilizadas para calcular autovalores disponíveis na época, o que explica o fato desse método ter sido negligenciado durante todos esses anos.

Vamos utilizar o algoritmo que foi desenvolvido e implementado em *MatLab* pelos autores de [1], `TRSgep` *(Trust-Region Subproblem by a Generalized Eigenvalue Problem)*, para resolver o problema (1) por meio de subproblemas de região de confiança (2) com baixa dimensão, pois dessa forma, com o auxílio do *software Mathematica*, poderemos visualizar os resultados obtidos e apresentar interpretações geométricas para o método.

Agradecimentos

Agradecemos ao CNPq pelo auxílio financeiro através da cota de Iniciação Científica do PIBIC 2017, processo: 137035/2017-9, e do projeto: 302915/2016-8; ao apoio financeiro da FAPESP através dos processos: 2013/05475-7 e 2013/07375-0, e aos autores de [1] que disponibilizaram o código de seu algoritmo em *MatLab*.

Referências

[1] S. Adachi, S. Iwata, Y. Nakatsukasa and A. Takeda. Solving the Trust-Region Subproblem By a Generalized Eigenvalue Problem. *SIAM Journal on Optimization*, 27 (1): 269–291, 2017.

[2] A. R. Conn, N. I. M. Gould and P. L. Toint. *Trust region methods.* SIAM, Philadelphia, 2000.

[3] W. Gander, G. H. Golub and U. von Matt. A Constrained Eigenvalue Problem. *Linear Algebra and its Applications*, 114, 815–839, 1989.

[4] J. C. A. Medeiros e S. A. Santos. Estudo de um método baseado em autovalores generalizados para o subproblema de região de confiança. Campinas, 2018. URL: `https://www.ime.unicamp.br/~ra149233/IC/Parcial.pdf`.

[5] J. J. Moré and D. C. Sorensen. Computing a Trust Region Step. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing.* 4, 553–572, 1983.

[6] J. Nocedal and S. J. Wright. *Numerical Optimization.* Second edition, Springer, New York, 2006.

[7] A. A. Ribeiro e E. W. Karas. *Otimização Contínua: Aspectos Teóricos e Computacionais.* Cengage Learning, São Paulo, 2014.