

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## Modelagem Matemática de um Robô Gantry para Aplicações Agrícolas em Estufas

Marcia Regina Maboni Hoppen Porsch<sup>1</sup>

Roberta Goergen<sup>2</sup>

Paulo Flores<sup>3</sup>

Felipe Oliveira Bueno<sup>4</sup>

Luiz Antonio Rasia<sup>5</sup>

Antonio Carlos Valdiero<sup>6</sup>

Depto de Ciências Exatas e Engenharias, UNIJUI, Panambi, RS

**Resumo.** O presente trabalho tem como objetivo a pesquisa e desenvolvimento de modelagem matemática de um robô tipo Gantry com atuadores pneumáticos aplicados na ativação de mecanismos de equipamentos agrícolas de baixo custo no contexto da agricultura de precisão. A metodologia adotada consiste em pesquisa de tecnologias aplicada à agricultura de precisão, o desenvolvimento do modelo matemático para descrever o comportamento de um protótipo de baixo custo que inclui a identificação de suas características não-lineares. Para que em um trabalho futuro seja realizada a simulação computacional das estratégias de controle, bem como a realização dos testes do protótipo de um robô gantry com transmissão pneumática em uma estufa robótica para a validação experimental. A automação de baixo custo pode contribuir para aumentar o potencial das aplicações de tecnologia de agricultura de precisão através de uma metodologia integrada na pesquisa e desenvolvimento de máquinas agrícolas através da robótica.

**Palavras-chave.** Robô Gantry, Modelagem Matemática, Agricultura de Precisão, Atuadores Pneumáticos

### 1 Introdução

A utilização de manipuladores robóticos está diretamente associada as melhores condições de trabalho do ser humano, além de garantir maior agilidade nos processos. A mecanização encontra-se cada vez mais presente, observa-se que braços robóticos tem grande potencial de aplicações nas indústrias [11] e em equipamentos agrícolas e agroflorestais para manuseio de peças ou posicionamento de ferramentas [3].

---

<sup>1</sup>marcia\_porsch@hotmail.com

<sup>2</sup>betinhamtm@gmail.com

<sup>3</sup>paulo-flores@bol.com

<sup>4</sup>felipeob127@yahoo.com

<sup>5</sup>rasia@unijui.edu.br

<sup>6</sup>valdiero@unijui.edu.br

Conforme Amer *et al.* [1], a robótica na agricultura não é um conceito novo, a pesquisa tem sido realizada para desenvolver colheitadeiras para tomates cereja, pepinos, cogumelos e outras frutas. Ainda, o mesmo autor desenvolveu o robô autônomo para a agricultura (AgriBot) para a realização de várias atividades agrícolas como semeadura, capina, pulverização de fertilizantes e inseticidas. Naik *et al.* [6] apresentam um robô que permite uma semeadura eficiente, profundidade adequada e distâncias entre duas fileiras específicas para cada tipo das culturas de algodão, milho, soja e trigo. Obtendo bons resultados com pequenas variações.

Também Dumos *et al.* [4] propõem aumentar a eficiência da produção no campo agrícola através do desenvolvimento de um robô autônomo móvel que tenha capacidade para processar e monitorar operações de campo, como pulverização, fertilização, análise de rendimento, análise de solo e outras atividades agrícolas. Cukia *et al.* [2] apresenta o desenvolvimento de uma proposta para o projeto e desenvolvimento de módulos de mecatrônica e propõe um estudo de robôs com estrutura cartesiana e atuadores pneumáticos.

A automação de baixo custo pode contribuir para o aumento do potencial de aplicações de tecnologias voltadas para a agricultura de precisão por meio de uma metodologia integrada no projeto de pesquisa e desenvolvimento de máquinas agrícolas voltada também ao pequeno e médio produtor [7]. Dessa forma, o presente trabalho apresenta a pesquisa e desenvolvimento de modelagem matemática de um robô tipo Gantry com atuadores pneumáticos para aplicação em canteiros de estufa, como alternativa de otimização na produção de mudas.

## 2 Descrição do Protótipo em Desenvolvimento

Nesta seção apresenta-se a descrição do protótipo em desenvolvimento, o robô cartesiano com acionamento pneumático que será utilizado como aplicação na agricultura, construído em uma estrutura fixa do tipo Gantry, com três graus de liberdade, onde as juntas são prismáticas, que também é composta de servoválvula de controle direcional para cada cilindro pneumático, conforme Figura 1.

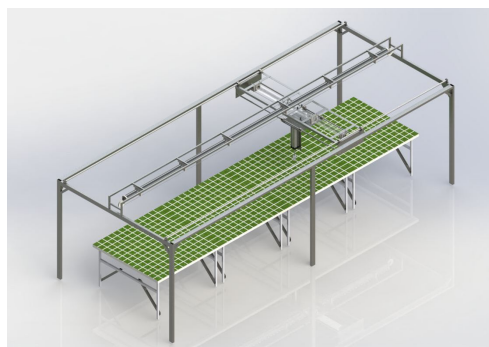


Figura 1: Desenho tridimensional do protótipo do robô Gantry com acionamento pneumático.

Os dois primeiros atuadores são formados por cilindros simétricos e sem haste, e o terceiro atuador pneumático é de ação dupla e haste simples, tendo na extremidade o

efetor final onde será montado a ferramenta de trabalho. Os deslocamentos das juntas prismáticas do robô serão capturados por uma placa de controle de sinal eletrônico, que pode ser montada em um microcomputador. O protótipo está sendo construído no Núcleo de Inovação em Máquinas Automáticas e Servo Sistemas (NIMASS), utilizando-se da infraestrutura dos laboratórios de Projeto, de Fabricação Assistida e de Soldagem do curso de Engenharia Mecânica da UNIJUI.

### 3 Modelagem Matemática

Valdiero [11] relata que para descrever a posição e a orientação de um corpo no espaço, é necessário fixar um sistema de coordenadas para esse corpo. A definição dos sistemas de coordenadas de referência dos elos foi feita de acordo com a convenção de Denavit-Hartenberg (D-H) [9]. A representação D-H de um elo rígido depende de quatro parâmetros a ele associados, os quais descrevem completamente o comportamento cinemático de uma junta prismática ou revoluta [8].

Estes parâmetros especificam a posição e orientação do sistema de referência  $i$  em relação ao sistema de referência  $i - 1$ , no qual relaciona os valores de  $a_i$ ,  $\theta_i$ ,  $\alpha_i$  e  $d_i$ . Na Figura 2, indicam-se os parâmetros de D-H para o robô Gantry de acordo com os valores e especificações técnicas apresentados na Tabela 1.

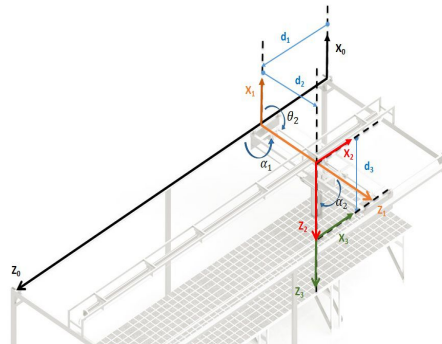


Figura 2: Parâmetros de D-H para robô Gantry.

Tabela 1: Parâmetros de D-H para o robô Gantry.

$Elo_i$	$\theta_i$	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$
$Elo_1$	0	0	$\frac{\pi}{2}$	$d_1$
$Elo_2$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$d_2$
$Elo_3$	0	0	0	$d_3$

Após os valores substituídos e a realização das operações necessárias chega-se à matriz jacobiana, onde o vetor da Equação (1) que representa a velocidade ( $v$ ) das articulações do robô Gantry, permite relacionar as velocidades lineares e angulares do efetor final.

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} \dot{p}_x \\ \dot{p}_y \\ \dot{p}_z \\ \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{d}_3 \\ -\dot{d}_2 \\ \dot{d}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

De modo que  $\dot{p}_x$ ,  $\dot{p}_y$  e  $\dot{p}_z$  pode ser escrito através das velocidades lineares na direção  $x_0$ ,  $y_0$  e  $z_0$ ; e  $\dot{\omega}_x$ ,  $\dot{\omega}_y$  e  $\dot{\omega}_z$  das velocidade angulares em torno de  $x_0$ ,  $y_0$  e  $z_0$ ; Assim  $\dot{d}_3$ ,  $\dot{d}_2$  e  $\dot{d}_1$  representam respectivamente, as velocidades no efetuador final em torno de  $x_0$ ,  $y_0$  e  $z_0$ .

Para programar as tarefas no espaço de trabalho do robô, o espaço do atuador foi convertido nas variáveis de articulação ( $d$ ) definidas através da modelagem cinemática. O estudo da dinâmica em robôs centra-se nas relações de torque/força nas articulações versus movimentos no robô, a análise dinâmica de robôs pode ser realizada por vários métodos. Neste artigo, as equações dinâmicas de movimento podem ser escritas por meio da Lagrange (2)

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (2)$$

Em que  $q$  é o vetor de coordenadas das juntas,  $\dot{q}$  e  $\ddot{q}$  representam respectivamente a velocidade e aceleração das juntas,  $H(q)$  é a matriz de inércia simétrica,  $C(q, \dot{q})$  é a matriz que representa os efeitos centrífugos e de Coriolis;  $G(q)$  é o vetor que representa o momento gerado em cada eixo articular em relação à gravidade e  $\tau$  é o vetor das forças de movimento de torque das juntas. Na modelagem de cada atuador pneumático, utilizamos as equações de continuidade e movimento. Assim, temos as seguintes Equações (3), (4) e (5), cuja dinâmica pode ser obtida aplicando o princípio da conservação de energia e as leis de gás ideais apresentadas em [12] e [10].

$$M_i \ddot{y}_i + f_{atri} + f_{Li} + f_{Gi} = A_{1i} p_{ai} - A_{2i} p_{bi} = f_{Pi} \quad (3)$$

$$\dot{p}_{ai} = f_{1i}(y_i) RT g_{1i}(p_{ai}, \text{sgn}(u_i)) \cdot (\text{atn}(2u_i) - f_{1i}(y_i) A_{1i} \dot{y}_i \quad (4)$$

$$\dot{p}_{bi} = -f_{2i}(y_i) RT g_{2i}(p_{bi}, \text{sgn}(u_i)) \cdot (\text{atn}(2u_i) + f_{2i}(y_i) A_{2i} \dot{y}_i \quad (5)$$

Onde  $M_i$  é a massa deslocada no atuador;  $\ddot{y}_i$  é a aceleração da haste,  $\dot{y}_i$  é a velocidade da haste,  $y_i$  é o deslocamento da haste;  $f_{atri}$ ,  $f_{Li}$  e  $f_{Gi}$  são respectivamente, os componentes de força de atrito, carga e gravitação;  $A_1$  e  $A_2$  são as áreas das secções transversais das câmaras do cilindro pneumático;  $u_i$  é o sinal de controle,  $p_a$  e  $p_b$  são as respectivas pressões nessas câmaras A e B de cada cilindro;  $f_{Pi}$  é a força pneumática gerada pela diferença de pressão nas câmaras do atuador  $i$ ,  $f_{1i}(\cdot)$  e  $f_{2i}(\cdot)$  são funções não-lineares calculadas por meio das expressões (6) e (7);  $T$  é a temperatura do ar de abastecimento em Kelvin,  $R$  é a constante universal dos gases;  $g_{1i}(\cdot)$  e  $g_{2i}(\cdot)$  são funções calculadas usando as expressões (8) e (9).

$$f_{1i}(y_i) = \frac{\gamma}{V_{a0} + A_{1i} y_{1i}} \quad (6)$$

$$f_{2i}(y_i) = \frac{\gamma}{V_{b0} + A_{2i}y_{1i}} \quad (7)$$

Em que  $\gamma$  é a relação entre os efeitos específicos do ar,  $V_{a0}$  e  $V_{b0}$  são os volumes nas câmaras do cilindro no  $y = 0$ .

$$g_1(p_a, sign(u)) = \beta \Delta p_a = \begin{cases} (p_{sup} - p_a)\beta^{ench}, & \text{se } u \geq 0 \\ (p_a - p_{atm})\beta^{esv}, & \text{se } u < 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$g_2(p_b, sign(u)) = \beta \Delta p_b = \begin{cases} (p_{sup} - p_b)\beta^{ench}, & \text{se } u < 0 \\ (p_b - p_{atm})\beta^{esv}, & \text{se } u \geq 0 \end{cases} \quad (9)$$

Onde  $p_{sup}$  é a pressão de suprimento,  $p_{atm}$  é a pressão atmosférica e  $\beta^{ench}$  e  $\beta^{esv}$  são coeficientes constantes característicos respectivamente do enchimento e do esvaziamento das câmaras do cilindro. O atrito é outra não linearidade que representa desafios, este modelo de atrito é utilizado com muita frequência no meio científico, pois se baseia no entendimento do mecanismo microscópico do fenômeno de atrito, dado pela Equação (10).

$$F_{atr} = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{y} \quad (10)$$

Onde  $\sigma_0$  representa o coeficiente de rigidez das deformações microscópicas entre as superfícies de contato,  $z$  é um estado interno não mensurável que representa a deformação média que ocorre entre as superfícies,  $\sigma_1$  é o coeficiente de amortecimento associado à taxa de variação de  $z$ ,  $\dot{z}$  é taxa de variação de  $z$ ,  $\sigma_2$  é o coeficiente de atrito viscoso,  $\dot{y}$  é a velocidade relativa entre as superfícies. Portanto, a força de atrito é composta por uma parcela proporcional a média das microdeformações ( $\sigma_0 z$ ), outra proporcional a taxa de variação das deformações ( $\sigma_1 \dot{z}$ ) e pela parcela de atrito viscoso ( $\sigma_2 \dot{y}$ ). Para a dinâmica do estado  $z$ , Dupont et al. [5] propõem a Equação (11).

$$\frac{dz}{dt} = \dot{y} (1 - \alpha(z, \dot{y})) \frac{\alpha_0}{g_{ss}(\dot{y})} sign(\dot{y}) z \quad (11)$$

Em que  $g_{ss}(\dot{y})$ , representa uma função do atrito em regime permanente e é dada pela Equação (12):

$$g_{ss}(\dot{y}) = F_c + (F_s - F_c) e^{(\frac{\dot{y}}{\dot{y}_s})^2} \quad (12)$$

Em que  $F_c$  é a força de atrito de Coulomb,  $F_s$  é a Força de atrito estático,  $\dot{y}$  é a velocidade e  $\dot{y}_s$  é a velocidade de Stribeck. Assim, combinando a dinâmica dos elos do robô com a dinâmica dos atuadores pneumáticos, tem-se a equação (13) dinâmica que descreve o movimento do robô Gantry com acionamento pneumáticos, a Equação (14) que representa o subsistema mecânico e a Equação (15) que é a taxa de mudança da força pneumática.

$$H^*(q)\ddot{q} + C^*(q, \dot{q})\dot{q} + f_{atr}(q, \dot{q}, z_{atr}, \dot{z}_{atr}) + G^*(q) = \bar{J}^T f_P \quad (13)$$

$$\dot{z}_{atr} = h_{atr}(q, \dot{q}, z_{atr}) \quad (14)$$

$$\dot{f}_P = f_q(q, \dot{q}) + g_u(q, p_a, p_b, u) \quad (15)$$

Onde,  $H^*(q) = [H(q) + \bar{J}^T M \bar{J}]$  é a matriz de inércia modificada; composto pela matriz de inércia  $H(q)$  do manipulador rígido e da porção de inércia dos atuadores, para o robô Gantry com três graus de liberdade  $\bar{J}^T M \bar{J}$ , a matriz de inércia modificada é dada por pela Equação (16).

$$H(q) = \begin{bmatrix} H_{11} & 0 & 0 \\ 0 & H_{22} & 0 \\ 0 & 0 & H_{33} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Onde,  $H_{11} = m_1$  é a massa total deslocada na direção horizontal longitudinal,  $H_{22} = m_2$  massa total deslocada na direção horizontal transversal e  $H_{33} = m_3$  é a massa total deslocada na direção vertical. A segunda parte da equação (13) é a matriz modificada de Coriolis  $C^*(q, \dot{q}) = [C(q, \dot{q}) + \bar{J}^T M \dot{\bar{J}}]$  composto do modelo de robô rígido e da porção produzida pelos atuadores  $\bar{J}^T M \dot{\bar{J}}$ , no entanto, para o robô Gantry, esta parte da equação é nulo porque é caracterizada por estrutura cinemática cartesiana, sem portanto movimentos rotativos.

A terceira parte da Equação (13) do equilíbrio dinâmico do robô  $f_{atr}(q, \dot{q}, z_{atr}, \dot{z}_{atr} = \bar{J}^T f_{atr}$  é o vetor de torques gerados pela força de atrito nos atuadores. E a quarta parte da Equação (13)  $G^*(q) = [\bar{J}^T f_G + G(q)]$  é o vetor das forças gravitacionais modificadas,  $h_{atr}(q, q, z_{atr})$  ainda é o vetor que representa o estado interno do atrito em cada atuador,  $f_q(q, q)$  e  $g_u(q, p_a, p_b, u)$  são vetores cujos elementos são funções que representam respectivamente as parcelas da dinâmica pneumática não dependente e dependente do sinal de controle  $u$ .

## 4 Conclusões

Apresentou-se o desenvolvimento completo da formulação matemática das equações que descrevem a posição e a orientação do efetuador final em função das variáveis de junta. Conclui-se que com a modelagem matemática do robô para estufa agrícola é de fundamental importância para realizar futuras estratégias de controle e dessa forma realizar os movimentos do efetuador final necessários para realização das tarefas de preparo, plantio e demais tratos. Como trabalhos futuros, prevê-se a simulação computacional, a validação do modelo matemático e desenvolvimento de estratégias de controle.

## Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio do CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico Brasil. Os autores também são agradecidos à FINEP, SEBRAE, FAPERGS e à UNIJUÍ pelo apoio e incentivo na realização da pesquisa. E ao apoio financeiro do edital FAPERGS 01/2017 do Programa Pesquisador Gaúcho.

## Referências

- [1] G. Amer, S. M. M. Mudassir, A. M. Malik. Design and operation of Wi-Fi agribot integrated system, In: *International Conference on Industrial Instrumentation and Control (ICIC)*. Pune, pp. 207-212, 2015.
- [2] A. R. Cukia, R. C. Izquierdo, E. A. Perondi, M. R. Sobczyk, F. J. Lorini, J. Barata. Trajectory planning based on firefly metaheuristic algorithm applied to pneumatically driven modular robots. In: *Proceedings of the 9th FPNI Ph.D. Symposium on Fluid Power*, Florianópolis, Brasil. October, 2016.
- [3] K. Dantan, A. Ananiev, I. Kalaykov, SIRO: The silos surface cleaning robot concept, In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA)*. Takmatsu, Japan, pp. 657-661, 2013.
- [4] H. Durmus, E. O. Günes, M. Kirci and B. B. Üstündag, The design of general purpose autonomous agricultural mobile-robot: AGROBOT, In: *Fourth International Conference on Agro-Geoinformatics (Agro-geoinformatics)*, Istanbul, pp. 49-53, 2015. doi: 10.1109/Agro-Geoinformatics.2015.7248088
- [5] P. Dupont, B. Armstrong, V. Hayward. Elasto-plastic friction model: contact compliance and stiction. ACC In: *American Control Conference*, Illinois, pp.1072-1077, 2000.
- [6] N. S. Naik, V. V. Shete and S. R. Danve, Precision agriculture robot for seeding function, In: *International Conference on Inventive Computation Technologies (ICICT)*, Coimbatore, pp 1-3, 2016.
- [7] M. R. M. H. Porsch, I. J. Mantovani, A. C. Valdiero. Modelagem Matemática, Simulação Computacional e Validação Experimental de uma Bancada para Simulação de Aclives de Solos Agrícolas. In: *CNMAC 2016 XXXVI Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional*, Gramado. Rio Grande do Sul, 2016. DOI: 10.5540/03.2017.005.01.0181
- [8] J. M. Rosário, Princípios da Mecatrônica. São Paulo: Prentice Hall, 2005.
- [9] L. Sciavicco, B. Siciliano. Modeling and control of robot manipulators. Naples Italy: McGraw-Hill, 1996.
- [10] M. R. Sobczyk, V.I. Gervini, E.A Perondi, M.A.B. Cunha. A continuous version of the LuGre friction model applied to the adaptive control of a pneumatic servo system. In: *Journal of the Franklin Institute*, v. 353, pp. 3021-3039, 2016.
- [11] A. C. Valdiero. Modelagem matemática de robôs hidráulicos. Ijuí: UNIJUI, 2012.
- [12] A. C. Valdiero, C.S. Ritter, M. Rios Rafikov. NonLinear Mathematical Modeling in Pneumatic Servo Position Applications. In: *Mathematical Problems in Engineering*, pp. 1-16, 2011.