

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Experimentos com matrizes aleatórias: um estudo sobre a variabilidade de problemas-teste lineares com dados gerados aleatoriamente.

Augusto Plastino Duarte¹

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, Campinas, SP

Sandra Augusta Santos²

Departamento de Matemática Aplicada, IMECC, UNICAMP, Campinas, SP

A utilização de conjuntos de dados de teste para verificação de sistemas algorítmicos é costumeira, no contexto atual da computação científica. Visto isso, há uma facilidade e conforto na geração aleatória destes conjuntos de dados, dada a conjuntura contemporânea de poder computacional. Entendemos também que, para certos problemas numéricos, o processo de sintetização de dados de teste bem definidos no domínio do problema é laborioso e por vezes complexo demais, e empregar dados gerados aleatoriamente, sem tanto rigor analítico, por vezes acelera e facilita o desenvolvimento do ensaio experimental.

Contudo, é de relevância a emergência de certas “estruturas” estatísticas e algébricas em estruturas de dados gerados aleatoriamente – mais precisamente, em matrizes aleatórias. Em uma pesquisa sem o devido cuidado com tais estruturas, podem ocorrer interferências no processo de inferência de conclusões, invalidando o mérito científico-experimental de seus resultados.

Por essa razão, achamos importante estabelecer um estudo experimental sobre as estruturas mais comuns e bem estudadas – no campo teórico de matrizes aleatórias – em matrizes de fácil construção (e.g. geradas utilizando `randn` ou `rand` do Matlab [3]), em prol da orientação para o bom uso e manuseio destas matrizes em experimentos numéricos.

Com base no *survey* de Edelman e Rao [2], elaboramos um estudo sobre algumas dessas estruturas emergentes. Seguem os objetos de análise estudados :

- Distribuição de todo o conjunto de valores singulares de matrizes quadradas com elementos *i.i.d* (independentes e identicamente distribuídos) pertencentes às distribuições $\mathcal{N}(0, 1)$, $\mathcal{N}(0, 10)$, $\mathcal{U}(-1, 1)$ e $\mathcal{U}(0, 1)$, em que $\mathcal{N}(m, \sigma)$ é a distribuição normal com média m e desvio padrão σ e $\mathcal{U}(a, b)$ é a distribuição uniforme no intervalo $[a, b] \subset \mathbb{R}$. Também estudamos as distribuições individuais dos menores e maiores valores singulares destas matrizes.
- Distribuição de todo o conjunto de autovalores de matrizes quadradas e simétricas com elementos *i.i.d* pertencentes às distribuições $\mathcal{U}(-1, 1)$ e $\mathcal{U}(0, 1)$, e de matrizes

¹Bolsista PICME-CNPq, processo no. 144939/2017-7. gutoplasduarte@yahoo.com.br

²www.ime.unicamp.br/~sandra. sandra@ime.unicamp.br

pertencentes ao conjunto **GOE** (*Gaussian Orthogonal Ensemble*). Também estudamos as distribuições individuais dos menores e maiores autovalores destas matrizes.

Tal estudo fez parte da primeira metade de um projeto de Iniciação Científica, e seus resultados podem ser encontrados em [1]. A segunda etapa da Iniciação Científica abrangerá estudos sobre os seguintes tópicos :

- Distribuição das fases dos autovalores de matrizes ortogonais advindas da fatoração QR de matrizes não simétricas com elementos $\in \mathcal{N}(0, 1)$.
- Distribuição de autovalores de matrizes de formato

$$Y_n = n^{-1} X X^t$$

sendo X uma matriz aleatória retangular, e n seu número de colunas.

- Distribuição de autovalores de diferentes matrizes aleatórias com estrutura esparsa.

Esperamos, ao fim dessa jornada investigativa, sermos capazes de expressar o cuidado que deve-se ter ao empregar matrizes aleatórias em experimentos numéricos.

Referências

- [1] A.P. Duarte e S.A. Santos. Experimentos Iniciais com Matrizes Aleatórias e Resultados, Campinas (SP), 2018. Disponível em <https://www.ime.unicamp.br/~ra164505/IC/Relat%3%b3rio%20de%20Desenvolvimento.pdf>.
- [2] A. Edelman and N. Rao. Random Matrix Theory, *Acta Numerica* 1-65 2005
- [3] <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>