Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 6, n. 2, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVIII CNMAC, Campinas - SP, 2018.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Particularidades dos Modos Normais Não Lineares

Ana Cristina Neves Carloni[1]
Lucas Zanovello Tahara[2]
Samuel da Silva[3]
Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira, SP

1 Motivação

Sistemas mecânicos vibrando em regime não linear apresentam propriedades particulares que não possuem correspondência se forem descritos por modos normais lineares. Entre estas propriedades se destaca a dependência entre frequência e energia de excitação [1]. Isto leva a necessidade de um conceito um pouco diferente definido por Rosenberg [2] como modo normal não linear (NNM), sendo definido por uma vibração em uníssono que permite a descrição dos deslocamentos através de equações modais.

Os NNMs podem ser estimados por balanço harmônico de maneira analítica ou mesmo extraídos dos dados experimentais a partir de testes específicos e podem descrever esta propriedade de dependência frequência-energia [1]. Neste contexto, este artigo apresenta a comparação desta dependência entre energia-frequência a partir de aproximação analítica por balanço harmônico e usando dados de integração.

2 Sistema não linear com MDOF

O sistema mecânico descrito na figura (1) tem as seguintes equações de movimento:

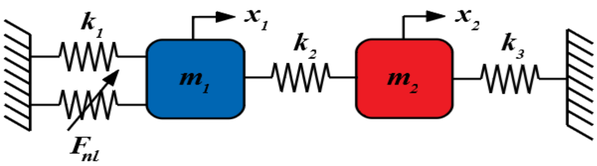

Figura 1: Esquema de um sistema mecânico com dois graus de liberdade.

$$\begin{aligned} m_1\ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2 + k_{nl}x_1^3 = 0 \\ m_2\ddot{x}_2 + (k_2 + k_3)x_2 - k_2x_1 = 0 \end{aligned} \qquad (1)$$

[1] ana.nevescarloni@gmail.com
[2] lucaszanov@gmail.com
[3] samuel@dem.feis.unesp.br

sendo m_1 e m_2 as massas [kg], x_1 e x_2 seus respectivos deslocamentos [m], k_1, k_2 e k_3 as rigidezes lineares [N/m] e k_{nl} o coeficiente de rigidez não linear de uma força de restauração aproximada para uma não linearidade cúbica [N/m^3].

Além da integração numérica da equação (1), aplicou-se o método do balanço harmônico, cujos deslocamentos supostos contêm apenas uma harmônica com amplitudes A e B [m] e calculou-se a energia do sistema conservativo através da equação (2). Assim, a figura (2) apresenta as curvas $-$ referentes ao método do balanço harmônico e $\blacktriangle$ à integração numérica.

$$E = \frac{A^2}{2} + \frac{(B-A)^2}{2} + \frac{B^2}{2} + \frac{knlA^4}{4} \tag{2}$$

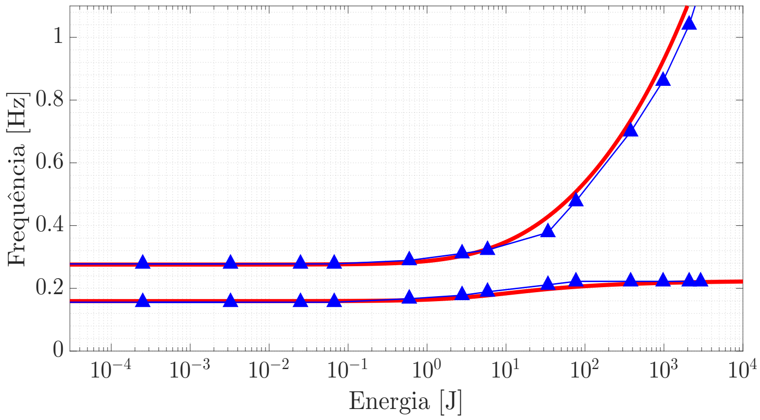

Figura 2: Gráfico de frequência *versus* energia.

3 Conclusões

Observa-se claramente que quanto mais energia for aplicada no sistema mais as frequências vão se diferenciar. Em uma faixa de amplitude de energia aplicada (até 1 J) o sistema tem comportamento linear, porém depois de certo valor começa a mudar muito. Neste cenário é impossível se desacoplar as duas equações de movimento com análise modal convencional, sendo necessário se aproximar por modos normais não lineares que são capazes de descrever esta dependência com a amplitude de excitação.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro da CAPES, CNPq e FAPESP.

Referências

[1] Kerschen, Gaëtan, et al. "Nonlinear normal modes, Part I: A useful framework for the structural dynamicist."Mechanical Systems and Signal Processing 23.1 (2009): 170-194. DOI: :10.1016/j.ymssp.2008.04.002.6

[2] Rosenberg, R. M. "On nonlinear vibrations of systems with many degrees of freedom."Advances in applied mechanics. Vol. 9. Elsevier, 1966. 155-242. DOI: 10.1016/S0065-2156(08)70008-5.

