

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Distribuição uniforme dos nós e pesos de Gauss no Método de Elementos Finitos Generalizados

Kaio Fábio de O. Santos¹

Engenharia Mecânica, IFES, São Mateus, ES

Renan C. da Silva²

Engenharia Mecânica, IFES, São Mateus, ES

Werley G. Facco³

Coordenadoria de Formação Geral, IFES, São Mateus, ES

Alex S. Moura⁴

Departamento de Economia, UFJF, Governador Valadares, MG

Elson J. da Silva⁵

Departamento de Engenharia Elétrica, UFMG, Belo Horizonte, MG

1 Introdução

Para o cálculo das integrais no Método de Elementos Finitos Generalizados (MEFG) com enriquecimento por funções de ondas planas, é necessário o uso de quadraturas de Gauss de alta ordem. O principal objetivo deste trabalho é apresentar propostas eficientes de escolha dos nós e pesos de Gauss para o elemento triangular no MEFG.

2 Formulação

Em [2] é apresentado uma proposta de distribuição de nós e pesos de Gauss utilizando mapeamentos entre o quadrado e o triângulo de referência, $R_e = [-1, 1]^2$ e $T_e = \{(\xi, \eta) : 0 \leq \xi, \eta, \xi + \eta \leq 1\}$ respectivamente. Neste trabalho, o número n de nós de Gauss em T_e é definido pela soma dos $n_{q_1} = \lfloor \frac{n}{3} \rfloor$, $n_{q_2} = \lfloor \frac{n}{3} \rfloor + (n - 3\lfloor \frac{n}{3} \rfloor)$ e $n_{q_3} = \lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ nós de Gauss em cada um dos três quadriláteros q_1 , q_2 e q_3 . Para cada q_l , $l = 1, 2, 3$, obtêm-se através da quadratura gaussiana de ordem $m_l = \lfloor \sqrt{n_{q_l}} \rfloor$ para o intervalo $[-1, 1]$ na coordenadas x e y de R_e os nós e pesos de Gauss. Em seguida, caso $m_l * m_l = \lfloor n_{q_l} \rfloor$, os nós de Gauss (x_i, y_j) em R_e , $i, j = 1, \dots, m_l$, são mapeados para q_l . Caso contrário, quando $m_l * m_l < \lfloor n_{q_l} \rfloor$, $r_l = \lfloor n_{q_l} \rfloor - m_l * m_l$ novos nós de Gauss serão escolhidos em R_e e mapeados para q_l . Para distribuir os r_l , dois procedimentos serão apresentados:

¹kaiofabio.98@gmail.com

²rcoswoskdasilva@gmail.com

³werleyfacco@ifes.edu.br

⁴alexsmoura100@gmail.com

⁵elson@cpdee.ufmg.br

Esquema 1: Considera-se a quantidade de nós m_l definidos no eixo x e adiciona-se a quantidade r_l de nós sobre as retas $x = x_k$ e $-1 \leq y \leq 1$ para $k = 1, \dots, r_l$.

Esquema 2: Para q_1 e q_2 optou-se por aplicar Esquema 1 invertendo x e y e apenas para q_1 será considerado a ordem decrescente dos y_k . Para o terceiro quadrilátero q_3 a proposta é aplicar o Esquema 1, considerando a ordem decrescente dos x_k .

3 Resultados e discussão

Para analisar a eficiência das propostas apresentadas neste trabalho, optou-se por resolver o problema apresentado em [1]. A Fig. 1, mostra o efeito do número de nós na precisão dos resultados da parte real e imaginária do campo magnético [1], onde é possível notar que, utilizando o Esquema 1, obtêm-se uma redução de 33%, e utilizando o Esquema 2, uma redução de 36%, em relação ao método tradicional [1].

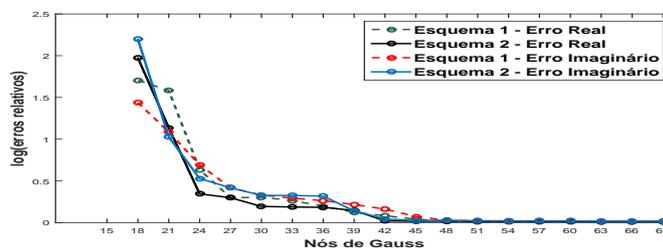


Figura 1: Erro relativo da solução MEFM em T_e Real(u) e Im(u).

4 Conclusões

As duas propostas apresentadas neste trabalho permitiram encontrar pontos de Gauss melhores distribuídos em relação ao método tradicional no interior de T_e .

Agradecimentos

Esse trabalho possui suporte em parte pela FAPES, FAPEMIG, CNPq e CAPES.

Referências

- [1] W. G. Facco, A. Bastos, A. S. Moura and E. J. da Silva. Quadratura de Gauss de Alta Ordem Adaptativa no Método dos Elementos Finitos Generalizados, *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, 6: 1–7, 2018. DOI: <https://doi.org/10.5540/03.2018.006.01.0424>.
- [2] F. Hussain, M. S. Karima and R. Ahamada. Appropriate Gaussian quadrature formulae for triangles, *International Journal of Applied Mathematics and Computation*, 4: 24–38, 2012. DOI: <https://doi.org/10.0000/ijamc.2012.4.1.314>.